

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ильшат Ринатович Мухаметзянов

Должность: директор

Дата подписания: 24.12.2021 14:17:08

Уникальный идентификатор:

aba80b84033c9ef196338e9ea0434f90a87e40954ba370e84bcb664f07d1d8d0

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ»
(КНИТУ-КАИ)
Чистопольский филиал «Восток»**



И.Р.Мухаметзянов

202 1 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины

Б1.О.09.02 Математический анализ

(индекс и наименование дисциплины по учебному плану)

Квалификация: бакалавр

(бакалавр, специалист, инженер, магистр)

Форма обучения: очная (очно-заочная)

(очная, очно-заочная, заочная)

Направление подготовки/специальность 38.03.01 Экономика

(код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность (профиль)

Экономика малого и среднего предпринимательства

(наименование профиля, специализации, магистерской программы)

Чистополь

2021 г.

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования РФ от 12.08.2020 № 954

Разработчик:

Семина М.А., к.п.н., доцент

(ФИО, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры ЕНД

от 25.06.2021, протокол № 10.

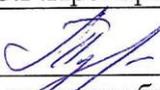
Заведующий кафедрой ЕНД

Парфенова Е.Л., к.ф-м.н., доцент

(ФИО, ученая степень, ученое звание)



(подпись)

| Рабочая программа дисциплины (модуля) | Наименование подразделения | Дата | № протокола | Подпись |
|---------------------------------------|-------------------------------|------------|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОДОБРЕНА | Кафедра ЭИП | 29.06.2021 | 13/6 |  Свирина А.А. |
| ОДОБРЕНА | УМК филиала | 29.06.2021 | 5 |  председатель УМК С.Г.Прохоров |
| СОГЛАСОВАНА | Научно-техническая библиотека | — | — |  зав. сектором библиотеки М.А. Тугашова |

1 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И КОНЕЧНЫЙ РЕЗУЛЬТАТ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Цель изучения дисциплины

Цель дисциплины - сформировать у студентов компетенции, связанной с овладением изучением разделов, позволяющих студенту ориентироваться в прикладных вопросах, требующих использования математического аппарата. Материалы курса могут быть использованы для разработки и применения методов решения задач из многих областей знания, для построения и исследования математических моделей таких задач. Дисциплина является модельным прикладным аппаратом для изучения студентами отделения прикладной политологии математической компоненты своего профессионального образования.

1.2 Задачи дисциплины

Основными задачами изучения дисциплины являются:

1. Ознакомление студентов с изучением математических методов решения пространственных, динамических, организационно-структурных, управленческих задач;
2. Формирование навыков построения и применения моделей, возникающих в инженерной практике и проведения расчетов по таким моделям;
3. Формирований умений применения методов оптимизации и численных методов; закономерностей математики и отвечающих им методов расчета.

1.3 Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Математический анализ» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1, является обязательной дисциплиной, определяющей ее предметно-тематическое содержание – направленность.

1.4 Объем дисциплины и виды учебной работы

Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся представлены в таблице 1.1

Таблица 1.1, а – Объем дисциплины (модуля) для очно- заочной формы обучения

| Семестр | Общая трудоемкость дисциплины (модуля), в ЗЕ/час | Виды учебной работы | | | | | | | | | | | |
|--------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|----------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|------------------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|
| | | <i>Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий (аудиторная работа), в т.ч.:</i> | | | | | | | <i>Самостоятельная работа обучающегося (внеаудиторная работа), в т.ч.:</i> | | | | |
| | | Лекции | Лабораторные работы | Практические занятия | Курсовая работа (консультация, защита) | Курсовой проект (консультация, защита) | Консультации перед экзаменом | Контактная работа на промежуточной аттестации | Курсовая работа (подготовка) | Курсовой проект (подготовка) | Проработка учебного материала (самоподготовка) | Подготовка к промежуточной аттестации | Форма промежуточной аттестации |
| 1 | 4 ЗЕ/144 | 12 | - | 24 | - | - | - | 0,35 | - | - | 107,65 | | зачет |
| Итого | 4 ЗЕ/144 | 12 | - | 24 | - | - | - | 0,35 | - | - | 107,65 | | |
| 2 | 3 ЗЕ/108 | 12 | - | 24 | - | - | - | 0,35 | - | - | 36 | 35,65 | экзамен |
| Итого | 3 ЗЕ/108 | 12 | - | 24 | - | - | - | 0,35 | - | - | 36 | 35,65 | |

1.5 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций, представленных в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Формируемые компетенции

| Код компетенции | Наименование компетенции | Индикаторы достижения компетенций | Средства оценки |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК – 2 | ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач | ИД-1 _{ОПК-2} Осуществляет сбор и обработку статистических данных, необходимых для расчета социально- и финансово-экономических показателей на микро-, мезо- и макро-уровнях | Тестирование, устный опрос на занятии |
| | | ИД-2 _{ОПК-2} Обрабатывает и анализирует статистическую информацию для решения поставленных экономических задач | выполнение индивидуальных заданий, отчет по практическому занятию, контрольная работа, коллоквиум, выступление (доклад) на занятии, реферат, экзамен |

2 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Структура дисциплины (модуля)

Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Разделы дисциплины и виды занятий

| Наименование разделов дисциплины | Всего | Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий (без промежуточной аттестации) (в час) | | Самостоятельная работа (проработка учебного материала (самоподготовка)) |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| | | Лекции | Практические занятия | |
| 1 семестр | | | | |
| 1. Введение в математический анализ. Элементы теории множеств и функций. | 20 | 2 | 4 | 14 |
| 2. Теория пределов и непрерывность функции. | 28 | 2 | 4 | 22 |
| 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной с элементами дифференциальной геометрии. | 32 | 2 | 6 | 24 |
| 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. | 30 | 3 | 4 | 23 |
| 5. Интегральное исчисление функций одной переменной. | 34 | 3 | 6 | 25 |
| Итого за семестр | 144 | 12 | 24 | 108 |
| Итого по дисциплине (без промежуточной аттестации) | 144 | 12 | 24 | 108 |
| 2 семестр | | | | |
| 1. Интегральное исчисление функции нескольких переменных. | 16 | 3 | 5 | 8 |
| 2. Векторный анализ. | 12 | 2 | 4 | 6 |
| 3. Дифференциальные уравнения. | 17 | 3 | 6 | 8 |
| 4. Числовые и функциональные ряды. | 15 | 2 | 5 | 8 |
| 5. Ряды Фурье. | 12 | 2 | 4 | 6 |
| Итого за семестр | 72 | 12 | 24 | 36 |
| Итого по дисциплине (без промежуточной аттестации) | 72 | 12 | 24 | 36 |

2.2 Содержание разделов дисциплины (модуля)

1 семестр

1. Введение. Элементы теории множеств и функций.

Предмет математического анализа. Понятие множества и подмножества. Пустое множество. Множество всех подмножеств множества. Операции над множествами. Декартово произведение множеств. Соответствие, отношение, бинарное отношение. Взаимно однозначное соответствие. Эквивалентные множества, счетные и несчетные множества. Элементы математической логики: логические символы, утверждение, следствие, прямая и обратная теоремы, необходимые и достаточные условия. Понятие отображения (функции), его области определения и области значений. Элементарные функции. Обратное отображение. Композиция отображений. Множество всех действительных чисел и множество всех точек числовой прямой, эквивалентность этих множеств. Свойства действительных чисел. Подмножества множества действительных чисел. Ограниченные (сверху, снизу) и неограниченные (сверху, снизу) множества. Наибольший (наименьший) элемент множества. Верхняя (нижняя) грань множества. Теорема о существовании верхней (нижней) грани. Понятие окрестности действительного числа (точки) и окрестности с выколотым центром. Понятие предельной точки точечного множества на числовой прямой. Внутренние и граничные точки. Множества плотные в себе, совершенные множества. Открытые и замкнутые множества.

2. Предел и непрерывность функции одной переменной.

Примеры последовательностей. Предел числовой последовательности. Существование предела у ограниченной монотонной последовательности. Лемма о вложенных отрезках. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности. Лемма о существовании предельной точки у ограниченного бесконечного множества на числовой оси. Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций. Функции одной переменной, не имеющие предела в точке и на бесконечности. Свойства операции предельного перехода. Предельный переход в сложной функции. Первый и второй замечательные пределы. Второй замечательный предел в задаче о начислении процентов. Символы o -малое и O -большое и их использование для раскрытия неопределенностей. Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность основных элементарных функций. Непрерывность сложной функции. Верхняя (нижняя) грань, глобальный максимум (минимум) функции в ее области определения. Теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши о непрерывной на отрезке функции. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции у строго монотонной функ-

ции, непрерывной на отрезке. Равномерная непрерывность функции и теорема Кантора.

Понятие производной функции одной переменной. Геометрическая интерпретации производной. Уравнение касательной. Понятие дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь непрерывности и дифференцируемости функции одной переменной. Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные основных элементарных функций. Понятие дифференциала функции одной переменной. Геометрическая интерпретация дифференциала. Свойства дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства.

3. Исследование дифференцируемых функций одной переменной.

Понятие об экстремумах функции одной переменной. Локальный экстремум (внутренний и граничный) функции одной переменной. Необходимое условие внутреннего локального экстремума (теорема Ферма). Теоремы о среднем значении (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши) и их геометрическая интерпретация. Правило Лопиталя. Формулы Тейлора и Маклорена и их использование для представления и приближенного вычисления значений функций. Достаточное условие строгого возрастания (убывания) функции на интервале. Достаточные условия локального экстремума функции одной переменной. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Вертикальные и неvertикальные асимптоты графика функции одной переменной. Исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение ее графика. Определение глобального максимума (минимума) функции одной переменной в области ее определения.

4. Функции нескольких переменных (ФНП).

Понятие n -мерного евклидова пространства. Понятие окрестности точки, окрестности с выколотым центром. Понятие предельной, внутренней и граничной точек точечного множества на плоскости и в n -мерном пространстве. Открытые и замкнутые множества на плоскости и в n -мерном пространстве. Выпуклые и невыпуклые множества на плоскости и в n -мерном пространстве. Понятие расстояния. Неравенство Коши-Буняковского, неравенство треугольника. Множества связные, несвязные, ограниченные, неограниченные. Последовательность точек на плоскости и в n -мерном пространстве. Понятие ограниченной и неограниченной последовательности точек.

Функции двух переменных. Понятие о множестве (линии) уровня функции двух переменных. Обобщение на случай функций нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Арифметические операции над функциями, имеющими конечные предельные значения. Непрерывность функции нескольких

переменных в точке и на множестве. Точки непрерывности и точки разрыва функции.

Частные производные и частные дифференциалы. Дифференцируемость ФНП. Главная линейная часть приращения ФНП. Полный дифференциал ФНП. Достаточное условие дифференцируемости ФНП. Геометрическая интерпретация частных производных. Касательная плоскость к графику ФНП. Дифференцируемость сложных ФНП. Инвариантность формы дифференциала ФНП. Частные производные и дифференциалы порядка выше первого. Теорема о равенстве смешанных частных производных. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Формулы для частных производных и дифференциалов неявных функций.

Экстремум ФНП (абсолютный, условный, локальный, глобальный). Необходимое условие локального абсолютного экстремума. Достаточное условие локального абсолютного экстремума. Выпуклые и строго выпуклые функции. Экстремум выпуклой функции. Функция Лагранжа и множители Лагранжа для задачи на условный экстремум. Необходимое условие локального условного экстремума и его геометрическая интерпретация. Достаточное условие локального условного экстремума.

5. Интегральное исчисление функций одной переменной.

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первая основная теорема интегрального исчисления (о существовании первообразной у непрерывной функции). Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Табличные интегралы. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Многочлены. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных и трансцендентных функций. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Интегральная сумма Римана, определенный интеграл и его геометрическая интерпретация. Интегральные суммы Дарбу. Свойства определенного интеграла (связанные с подынтегральной функцией, с отрезком интегрирования). Теорема о среднем значении. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его производная по этому пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вторая основная теорема интегрального исчисления (о существовании определенного интеграла у непрерывной функции). Интегрируемые по Риману функции. Замена переменной и формула интегрирования по частям для определенного интеграла. Несобственные интегралы. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признаки сходимости.

2 семестр

1. Интегральное исчисление функции нескольких переменных.

Двойной и тройной интегралы, их свойства. Сведение кратного интеграла к повторному. Понятие n -кратного интеграла. Замена переменных в кратных интегралах. Полярные, цилиндрические и сферические координаты. Криволинейные интегралы. Их свойства и вычисление. Понятие поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы Их свойства и вычисление. Геометрические и механические приложения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.

2. Векторный анализ.

Скалярное и векторное поле. Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Поток поля через поверхность. Формула Гаусса-Остроградского. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Формула Стокса. Ротор векторного поля, его физический смысл. Потенциальное поле, его свойства. Условие потенциальности. Нахождение потенциала.

3. Дифференциальные уравнения.

Дифференциальные уравнения 1-го порядка, разрешенные и не разрешенные относительно производной. Задачи Коши. Формулировка теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши. Численные методы решения задачи Коши для дифференциального уравнения (метод Эйлера, метод Рунге-Кутты). Дифференциальные уравнения высших порядков. Типы дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения высшего порядка. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами и методы их интегрирования. Системы дифференциальных уравнений. Линейные системы дифференциальных уравнений. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и методы их интегрирования.

4. Числовые и функциональные ряды.

Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости. Знакопеременные ряды, ряды с комплексными членами. Абсолютная и условная сходимости. Признак Лейбница. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимости. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы ряда, почленное дифференцирование и интегрирование. Степенные ряды. Теоре-

ма Абеля. Круг сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Приложение рядов.

5. Ряды Фурье.

Ортогональные системы функций. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Тригонометрический ряд Фурье. Разложение в тригонометрические ряды. Ряд Фурье для четных и нечетных функций. Тригонометрический ряд Фурье в комплексной форме. Определение интеграла Фурье. Представление функций интегралом. Интеграл Фурье для четных и нечетных функций. Интеграл Фурье в комплексной форме. Преобразование Фурье.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Содержание оценочных средств и их соответствие запланированным результатам обучения

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины (модуля). Содержание оценочных материалов текущего контроля представлено в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Оценочные материалы текущего контроля

| Виды учебных занятий | Наименование оценочного средства текущего контроля | Код и индикатор достижения компетенции |
|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| Лекции | Тестовые задания текущего контроля по трем разделам дисциплины, вопросы на занятиях | ИД-1 _{ОПК-2} ИД-2 _{ОПК-2} |
| Практические занятия | Индивидуальное задание, вопросов для подготовки к практическим занятиям, доклад на занятии | ИД-1 _{ОПК-2} ИД-2 _{ОПК-2} |
| Самостоятельная работа | Вопросы для самоподготовки, тестирование | ИД-1 _{ОПК-2} ИД-2 _{ОПК-2} |

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы.

Примеры тестовых заданий текущего контроля:

1 семестр

1. Производные

1. Если выполняются условия:

1) функция $y = f(x)$ определена в точке x_0 , $x_0 \in D(f)$;

2) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$, то функция $y = f(x)$ в точке x_0 называется...

Непрерывной дифференцируемой разрывной ограниченной

2. Каков характер разрыва функции $y = \frac{1}{(x-1)(x-5)}$ в точках $x=1$; $x=5$.

точки разрыва II рода точки непрерывности

точки скачка точки устранимого разрыва

3. Производная функции $y = \cos^2 x$ имеет вид...

$-\sin 2x$ $\sin 2x$ $\sin^2 x$ $-\sin x$

4. Предел отношения приращения функции Δy к приращению аргумента Δx при произвольном стремлении Δx к нулю называется...

производной функции $y = f(x)$ в точке x

частной производной функции

полной производной функции

односторонней производной функции

5. Производная функции $x^2 + y^2 = 4$ имеет вид...

$$y' = -\frac{x}{y}$$

$$y' = \frac{x}{y}$$

$$y' = -\frac{y}{x}$$

$$y' = -\frac{x^2}{y}$$

2. Интегралы

1. Формула замены переменной в неопределенном интеграле имеет вид:

a) $\int f(\varphi(x))\varphi'(x)dx = \int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt = \int f(x)dx$;

c) $\int u dv = uv - \int v du$; d) $\int f(u)du = F(u) + C$.

2. Определенным интегралом от функции $f(x)$ по отрезку $[a; b]$ называется:

a) число, к которому стремится интеграл; в) $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum f(c_i)\Delta x_i$;

c) интегральная сумма Римана; d) $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum f(x, y)\Delta Q_i$.

3. Множество первообразных функции $f(x) = e^{6x+2}$ имеет вид...

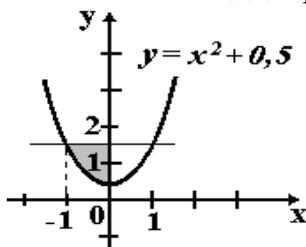
1) $-6e^{6x+2} + C$

2) $\frac{1}{6}e^{6x+2} + C$

3) $e^{6x+2} + C$

4) $6e^{6x+2} + C$

4. Площадь фигуры, изображенной на рисунке,



определяется интегралом...

1) $\int_{-1}^0 (x^2 - 1) dx$

2) $\int_0^2 (1,5 - x^2) dx$

3) $\int_{-1}^0 (x^2 + 0,5) dx$

4) $\int_{-1}^0 (1 - x^2) dx$

5. Найти несобственный интеграл $\int_0^1 \ln x dx$:

a) -1;

в) 1;

с) ∞ ;

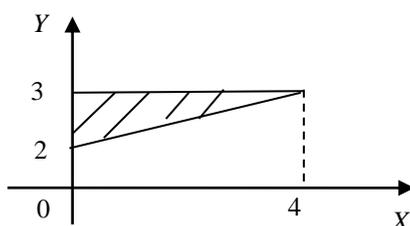
d) 0.

2 семестр

№1

Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ по

области D , изображенной на чертеже:



$$1) \int_0^4 dx \int_{\frac{x}{4}+2}^3 f(x, y) dy$$

$$2) \int_0^4 dx \int_{\frac{x}{2}-1}^3 f(x, y) dy$$

$$3) \int_0^4 dx \int_{\frac{x}{4}-2}^3 f(x, y) dy$$

$$4) \int_0^4 dx \int_0^{\frac{x}{2}+2} f(x, y) dy$$

№ 2

Укажите какие из рядов сходятся:

$$I) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{7^n}$$

$$II) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{4n+6}$$

$$III) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{2n^2}$$

1) Только I и III

2) Только II

2) 3) Только II и III

4) Только III

№ 3

Общим решением дифференциального уравнения n-го порядка называется

- 1) Решение, в котором произвольным постоянным придаются конкретные числовые значения
- 2) Решение, содержащее n независимых произвольных постоянных
- 3) Решение, выраженное относительно независимой переменной
- 4) Решение, полученное без интегрирования

№ 4

Коэффициент a_5 разложения функции $f(x) = 3x^4 + 5x^2 - 2$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x=1$ равен...

1) 0

2) 2

3) 1

4) 3!

№ 5

При решении линейного дифференциального уравнения первого порядка не применяется

1) Замена переменной

3) Разделение переменных

- 2) Метод неопределённых коэффициентов 4) Интегрирование по частям

Примеры тем устных опросов на занятиях:

1 семестр

Комплексные числа и действия с ними. Изображение комплексных чисел на плоскости.

2. Производная функции, ее смысл в различных задачах. Правила нахождения производной и дифференциала.

3. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба.

4. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

5. Геометрические и механические приложения определенного интеграла.

2 семестр

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, разрешенные и не разрешенные относительно производной. Задачи Коши.

2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Типы дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка.

3. Знакопеременные ряды, ряды с комплексными членами. Абсолютная и условная сходимости. Признак Лейбница. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

4. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.

5. Разложение в тригонометрические ряды. Ряд Фурье для четных и нечетных функций.

Полный комплект контрольных заданий или иных материалов, необходимых для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), практике хранится на кафедре-разработчике в бумажном или электронном виде.

3.2 Содержание оценочных материалов промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация обеспечивает оценивание промежуточных/окончательных результатов обучения по дисциплине (модулю).

Для оценки степени сформированности компетенций используются оценочные материалы, включающие тестовые задания и контрольные (экзаменационные) вопросы.

Тестовые задания представляют собой совокупность тестовых вопросов текущего контроля по числу текущих аттестаций.

Примеры тестовых заданий промежуточной аттестации:

1 семестр

1. Выбрать свойства неопределенного интеграла, выраженные следующими формулами:

1) $\int dF(x) = F(x) + C$;

2) $\int u dv = uv - \int v du$;

3) $|\int f(x) dx| \leq \int |f(x)| dx$;

4) $\int (f_1(x)f_2(x)) dx = \int f_1(x) dx \int f_2(x) dx$;

5) $\int (f_1(x) \pm f_2(x)) dx = \int f_1(x) dx \pm \int f_2(x) dx$;

6) $(\int f(x) dx)' = f(x)$.

a) 1, 4, 5; б) 3, 5, 6; c) 1, 2, 4, 5; d) 1, 5, 6.

2. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x \ln x}$:

a) $\ln |\ln x| + C$; б) $\ln |x| + C$; c) $\ln^2 |x| + C$; d) $\frac{1}{\ln x} + C$.

3. Найти интеграл $\int x \operatorname{arctg} x dx$:

a) $\frac{x}{2} - \frac{x^2+1}{2} \operatorname{arctg} x + C$; б) $-\frac{x^2+1}{2} + \operatorname{arctg} x + C$;

c) $\tilde{N} - \frac{x}{2} + \frac{x^2+1}{2} \operatorname{arctg} x$; d) $\frac{x^2+1}{2} \operatorname{arctg} x + C$.

4. Найти интеграл $\int \frac{x-3}{\sqrt{x^2+6x}} dx$:

a) $\sqrt{x^2+6x} - 6 \ln |x+3| + C$; б) $\sqrt{x^2+6x} - \frac{1}{2} \ln |x+3+\sqrt{x^2+6x}| + C$;

c) $\sqrt{x^2+6x} - 6 \ln \left| \frac{x+3}{\sqrt{x^2+6x}} \right| + C$; d) $\sqrt{x^2+6x} - 6 \ln |x+3+\sqrt{x^2+6x}| + C$.

5. Найти интеграл $\int \frac{3x^2+8}{x^3+4x^2+4x} dx$:

a) $\ln |x| + 2 \ln |x+2| + \frac{10}{\sqrt{x+2}} + C$; б) $2 \ln |x| + \ln |x+2| + \frac{10}{x+2} + C$;

c) $C - 2 \ln |x| + 5 \ln |x+2| + \frac{5}{x+2}$; d) $2 \ln |x| + \ln \frac{10}{x+2} + C$.

6. Найти интеграл $\int \sin^4 x dx$:

a) $\frac{3}{8}x + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C$; б) $x + \sin 2x + \sin 4x + C$;

c) $\frac{3}{8}x + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C$; d) $\frac{3}{8}x + \sin x + \frac{1}{32} \sin 2x + C$.

7. Найти интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{(5-x^2)^3}}$:

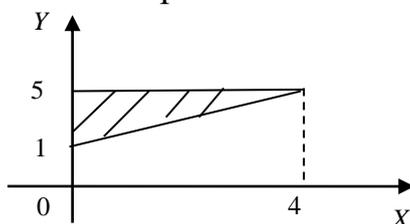
a) $\frac{x}{5\sqrt{5-x^2}} + C$; б) $\frac{x\sqrt{5-x^2}}{5} + C$;

c) $\frac{\sqrt{5-x^2}}{5x} + C$; d) $C - \frac{x}{2\sqrt{5-x^2}}$.

2 семестр

№1

Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ по области D , изображенной на чертеже:



1) $\int_0^4 dx \int_{x+1}^5 f(x, y) dy$

2) $\int_0^4 dx \int_1^5 f(x, y) dy$

1) $\int_0^4 dx \int_{\frac{x}{2}+1}^5 f(x, y) dy$

4) $\int_0^4 dx \int_0^{\frac{x}{2}+2} f(x, y) dy$

№2

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$:

1) $\int_0^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt[3]{y}} f(x, y) dx$

3) $\int_0^1 dy \int_y^{2y^2} f(x, y) dx$

2) $\int_0^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt[3]{y}} f(x, y) dx$

4) $\int_0^1 dy \int_{-y}^{2+y} f(x, y) dx$

№3

Укажите какие из рядов сходятся:

I) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{7n^3}$

II) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{2n+5}$

III) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-3}{7^n}$

1) Только I и III

3) Только II

2) Только II и III

4) Только III

№4

Числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{an+3}{3n+5} \right)^n$ сходится при значениях a , равных

- 1) 2 2) 1 3) 3 4) 5

№5

Коэффициент a_7 разложения функции $f(x) = x^6 + 3x^5 + x^2 + 2$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x = 2$ равен...

- 1) 0 2) 1 3) 4 4) 3!

№6

Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ равен 5. Тогда интервал сходимости имеет вид...

- 1) $(-5; 5)$ 2) $(-5; 0)$ 3) $(0; 5)$ 4) $(-2,5; 2,5)$

№7

Какое высказывание не отражает признак уравнения в полных дифференциалах

- 1) Левая часть уравнения представляет собой сумму частных дифференциалов
- 2) Частная производная по одной переменной одного слагаемого и частная производная по другой переменной другого слагаемого равны
- 3) Общее решение в неявном виде определяется уравнением $F(x, y) = C$
- 4) Выражение, зависящее от y , входит только в левую часть, а выражение, зависящее от x - только в правую часть

№8

Общим решением дифференциального уравнения n -го порядка называется

- 1) Решение, в котором произвольным постоянным придаются конкретные числовые значения
- 2) Решение, содержащее n независимых произвольных постоянных
- 3) Решение, выраженное относительно независимой переменной
- 4) Решение, полученное без интегрирования

№9

Решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами содержит тригонометрические функции, если

- 1) Определитель Вронского равен нулю

- 2) Корни характеристического уравнения – комплексные
- 3) Корни характеристического уравнения - действительные и различные

Корни характеристического уравнения - вещественные и равные

№10

При решении линейного дифференциального уравнения первого порядка не применяется

- 3) Замена переменной
- 3) Разделение переменных
- 4) Метод неопределённых коэффициентов
- 4) Интегрирование по частям

Примеры экзаменационных вопросов:

1 семестр

1. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Критерий Коши. Арифметические свойства пределов. Переход к пределу в неравенствах. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.

2. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства предела функции. Односторонние пределы. Пределы монотонных функций. Замечательные пределы.

3. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функций. Непрерывность элементарных функций.

4. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация.

5. Сравнение функций. Символы o и O . Эквивалентные функции.

6. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, промежуточные значения. Теорема об обратной функции.

2 семестр

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, разрешенные и не разрешенные относительно производной. Задачи Коши.

2. Формулировка теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши.

3. Численные методы решения задачи Коши для дифференциального уравнения (метод Эйлера, метод Рунге-Кутты).

4. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация.

5. Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы ряда, почленное дифференцирование и интегрирование.

6. Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Приложение рядов.

3.3 Оценка успеваемости обучающихся

Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в соответствии с балльно-рейтинговой системой по 100-балльной шкале. Балльные оценки для контрольных мероприятий представлены в таблице 3.2, балльные оценки для контрольных мероприятий при выполнении курсовой работы (курсового проекта) представлены в таблице 3.3. Пересчет суммы баллов в традиционную оценку представлен в таблице 3.4.

Таблица 3.2 – Балльные оценки для контрольных мероприятий

| Наименование контрольного мероприятия | Максимальный балл на первую аттестацию | Максимальный балл за вторую аттестацию | Максимальный балл за третью аттестацию | Всего за семестр |
|---------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|------------------|
| 1-2 семестр | | | | |
| Тестирование | 6 | 14 | 14 | 34 |
| Выполнение индивидуальных задач по практике | 4 | 6 | 6 | 16 |
| Итого (максимум за период) | 10 | 20 | 20 | 50 |
| Зачет / экзамен | | | | 50 |
| Итого | | | | 100 |

Таблица 3.3. Шкала оценки на промежуточной аттестации

| Выражение в баллах | Словесное выражение при форме промежуточной аттестации - зачет | Словесное выражение при форме промежуточной аттестации - экзамен |
|--------------------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| от 86 до 100 | Зачтено | Отлично |
| от 71 до 85 | Зачтено | Хорошо |
| от 51 до 70 | Зачтено | Удовлетворительно |
| до 51 | Не зачтено | Не удовлетворительно |

4 ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

4.1.1 Основная литература

1. Берман Г.Г. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие / Г.Г. Берман. – Санкт-Петербург: Лань, 2020. – 492 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература). – текст непосредственный. ISBN 978-5-8114-4862-3
<https://e.lanbook.com/book/126705?category=910>
2. Интегральное исчисление функции одной и многих переменных. Сборник задач. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2012 с.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник: в 3 томах / Г.М. Фихтенгольц. – 14-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2020. – Том 2. – 800 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература). – текст непосредственный. ISBN 978-5-8114-4865-4 (Общий) ISBN 978-5-8114-4866-1 (Том 2)
<https://e.lanbook.com/book/126708?category=910>
4. Семина М.А. Интегральное исчисление функции одной и многих переменных. Сборник задач. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2012.

4.1.2 Дополнительная литература:

1. Будаев В.Д. Математический анализ. Функции нескольких переменных: Учебник. – СПб.: Издательство «Лань», 2017. – 456 с.: ил.- (Учебники для вузов. Специальная литература). ISBN 978-5-8114-2595-2
<https://e.lanbook.com/book/96244?category=910>
2. Гарбарук В.В. Решение задач по высшей математике. Интенсивный курс для студентов технических вузов / В.В. Гарбарук, В.И. Родин, М.А. Шварц. – Санкт-петербург: Лань, 2020.- 444с.; ил.- Текст: непосредственный. ISBN 978-5-8114-4669-8
<https://e.lanbook.com/book/142327?category=906>
3. Ельчанинова Г.Г. Элементы высшей математики. Типовые задания с примерами решений: учебное пособие / Г.Г. Ельчанинова, Р.А. Мельников.- Санкт-петербург: Лань, 2020.- 92с.; ил.- Текст: непосредственный. ISBN 978-5-8114-4670-4
<https://e.lanbook.com/book/139329?category=906>
4. Карасева Р.Б. Ряды: Учебное пособие.- 3-е изд., стер. – СПб.: Идательство «Лань», 2018. – 140 с.: ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). ISBN 978-5-8114-2053-7
<https://e.lanbook.com/book/100923?category=910>

5. Марон И.А. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. Функции одной переменной: Учебное пособие. 3-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2008. – 400 с.: ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература). ISBN 978-5-8114-0849-8
<https://e.lanbook.com/book/254?category=910>

4.1.3 Методическая литература к выполнению практических работ

Методические материалы к практическим занятиям по дисциплине «Математический анализ» в электронном виде (место хранения кафедра приборостроения), в электронном виде (библиотека ЧФ КНИТУ-КАИ).

4.1.3 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Организовано взаимодействие обучающегося и преподавателя с использованием электронной информационно-образовательной среды КНИТУ-КАИ.

Курс дистанционного обучения по направлению подготовки бакалавров 38.03.01 «Экономика малого и среднего предпринимательства» / КНИТУ-КАИ, Казань, 2017 – Доступ по логину и паролю. URL:

https://bb.kai.ru:8443/webapps/blackboard/execute/content/blankPage?cmd=view&content_id=344500_1&course_id=14846_1 Идентификатор курса 17_Chistopol_P_KEND_Semina_MACH3.

4.1.5 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)

1. Электронно-библиотечная система учебной и научной литературы. URL: <https://e.lanbook.com/>.

2. Электронно-библиотечная система учебной и научной литературы. URL: <http://znanium.com/>.

3. Электронно-библиотечная система учебной и научной литературы. URL: <https://urait.ru/>.

4. Научно-техническая библиотека КНИТУ-КАИ. URL: <http://library.kai.ru/>.

5. Единое окно доступа к информационным ресурсам. URL: <http://window.edu.ru/resource/386/79386>, <http://window.edu.ru/resource/034/77034>, <http://window.edu.ru/resource/452/77452>.

4.2 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и требуемое программное обеспечение

Описание материально-технической базы и программного обеспечения, необходимого для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) приведено соответственно в таблицах 4.1 и 4.2.

Таблица 4.1 – Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

| Наименование вида учебных занятий | Наименование учебной аудитории, специализированной лаборатории | Перечень необходимого оборудования и технических средств обучения |
|-----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Лекционные занятия | Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для практических занятий, консультаций и текущего контроля, аудитория для промежуточной аттестации | Учебная мебель: столы, стулья для обучающихся; стол, стул для преподавателя; доска. Аудитория, оснащенная комплексом технических средств обучения (проектор или интерактивная доска, компьютер, система звукового сопровождения отображаемых видеоматериалов). Плакаты: пределы; формулы и правила дифференцирования; интегральные исчисления. |
| Практические занятия | Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для практических занятий, консультаций и текущего контроля, аудитория для промежуточной аттестации | Учебная мебель: столы, стулья для обучающихся; стол, стул для преподавателя; доска. Аудитория, оснащенная комплексом технических средств обучения (проектор или интерактивная доска, компьютер, система звукового сопровождения отображаемых видеоматериалов). Плакаты: пределы; формулы и правила дифференцирования; интегральные исчисления. |
| Самостоятельная работа | Аудитория для самостоятельной работы | Библиотечный фонд: печатные издания и ЭБС, рабочие места, оборудованные ПЭВМ с выходом в интернет (Wi-Fi), МФУ, принтер |
| | Помещение для самостоятельной работы | Учебная мебель: столы, стулья для обучающихся; стол, стул для преподавателя, доска. Аудитория, оснащенная комплексом технических средств обучения (проектор или интерактивная доска, компьютер, система звукового сопровождения отображаемых видеоматериалов) |

Таблица 4.2 – Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

| № п/п | Наименование программного обеспечения | Производитель | Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое) |
|-------|---------------------------------------|---------------|---------------------------------------------------------------------|
| 1 | Microsoft Windows Microsoft Office | | Лицензионное |

5 ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ И ИНВАЛИДОВ

Обучение по дисциплине (модулю) обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов организуется как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусмотрены дополнительные оценочные материалы, перечень которых указан в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Дополнительные материалы оценивания для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

| Категории обучающихся | Виды дополнительных оценочных материалов | Формы контроля и оценки результатов обучения |
|---------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| С нарушениями слуха | Тесты, контрольные работы, письменные самостоятельные работы, вопросы к зачету (экзамену) | Преимущественно письменная проверка |
| С нарушениями зрения | Устный опрос по терминам, собеседование по вопросам к зачету (экзамену) | Преимущественно устная проверка (индивидуально) |
| С нарушениями опорно-двигательного аппарата | Решение дистанционных тестов, контрольные работы, письменные самостоятельные работы, вопросы к зачету (экзамену) | Преимущественно дистанционными методами |

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, например:

- в печатной форме;
- в печатной форме с увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа;
- методом чтения ассистентом задания вслух;
- предоставление задания с использованием сурдоперевода.

Лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких обучающихся предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге;
- набор ответов на компьютере;
- набор ответов с использованием услуг ассистента;
- представление ответов устно.

При необходимости для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.

Учебно-методические материалы для самостоятельной и аудиторной работы обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации.

Освоение дисциплины (модуля) лицами с ограниченными возможностями здоровья и инвалидами осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.

При занятиях с обучающимися **с нарушениями слуха** предусмотрено использование звукоусиливающей аппаратуры, мультимедийных средств и других технических средств приема/передачи учебной информации в доступных формах, мобильной системы преподавания для обучающихся с инвалидностью, портативной индукционной системы. Учебная аудитория, в которой занимаются обучающиеся с нарушением слуха, оборудована компьютерной техникой, аудиотехникой, видеотехникой, электронной доской, мультимедийной системой.

При занятиях с обучающимися **с нарушениями зрениями** предусмотрено использование в лекционных и учебных аудиториях возможности просмотра удаленных объектов (например, текста на доске или слайда на экране) при помощи видеоувеличителей для комфортного просмотра.

При занятиях с обучающимися **с нарушениями опорно-двигательного аппарата** используются альтернативные устройства ввода информации и другие технические средства приема/передачи учебной информации в доступных формах, мобильной системы обучения для людей с инвалидностью.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

Изменения, вносимые в рабочую программу дисциплины (модуля)

| № П/П | № раздела внесения изменений | Дата внесения изме- нений | Содержание изменений | «Согласовано» заведующий кафед- рой, реализующей дисциплину |
|----------|---------------------------------|------------------------------|----------------------|----------------------------------------------------------------------|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

ЛИСТ УТВЕРЖДЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ НА УЧЕБНЫЙ ГОД

Рабочая программа дисциплины утверждена на ведение учебного процесса в учебном году:

| Учебный год | «Согласовано» зав. кафедрой ведущей | «Согласовано» зав. кафедрой выпускающей |
|-------------|----------------------------------------|--------------------------------------------|
| 2022/2023 | | |
| 2023/2024 | | |
| 2024/2025 | | |