МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технический
университет им. А.Н. Туполева-КАИ»
Чистопольский филиал «Восток»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

по дисциплине

«Физика»

Индекс по учебному плану: **Б1.О.20**
Направление подготовки: **38.03.05 Бизнес - Информатика**
Квалификация: **Бакалавр**
Профиль подготовки: **Информационные технологии в бизнесе**
Вид профессиональной деятельности: проектный , аналитический

Рекомендованы УМК ЧФ КНИТУ-КАИ

Чистополь

2023г.

Единицы электрических и магнитных величин

Для получения производных единиц электрических и магнитных величин в СИ используются основные единицы: метр (м), килограмм (кг), секунда (с), ампер (А). Производные единицы образуются на основании законов, устанавливающих связь между физическими величинами. Так, единица количества электричества – кулон (Кл) – определяется из уравнения $q = I\ t$ как количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника в 1 с при силе тока в 1 А, т.е. 1 Кл = 1 А · с. Единица разности потенциалов – вольт (В) – определяется из уравнения $P = U\,I$, где P – мощность тока, т.е. 1 В = 1 Вт / 1 А.

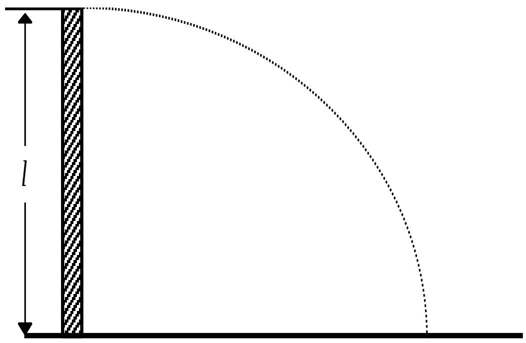

Рис.3

Применение СИ связано с рационализацией формул. Во многие уравнения, относящиеся к теории электрических и магнитных явлений, входит числовой множитель 4π (например, теорема Гаусса, емкость плоского конденсатора, напряженность магнитного поля внутри соленоида и т.д.). Рационализация уравнений ставит своей целью исключение этого множителя из наиболее часто применяемых в электротехнике и радиотехнике формул; при этом, однако, множитель 4π войдет в другие формулы, используемые реже, где его присутствие может быть объяснено геометрическими соображениями. Электрические и магнитные единицы СИ устанавливаются для рационализованной формы уравнений электромагнитного поля. В соответствии с этим все уравнения в пособии даны в рационализованной форме.

В формулы, написанные в СИ, входят электрическая постоянная $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi c^2} \cdot 10^7$ Ф/м = 8,854 · 10^{-12} Ф/м ($c \approx 3 \cdot 10^{10}$ см/с) и магнитная постоянная $\mu_0 = 4\,\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м = 12,566 · 10^{-7} Гн/м.

Таблица 1

Величина	Единица			Размерность величины
	определение	наименование	обозначение	
Количество электричества (электрический заряд)	$q = I\,t$	кулон	Кл	$T\,I$

Напряженность электрического поля	$E = \frac{U}{l}$	вольт на метр	В/м	$L\,M\,T^{-3}I^{-1}$
Разность потенциалов; электродвижущая сила	$U = \frac{A}{q}$	вольт	В	$L^{2}\,M\,T^{-3}I^{-1}$
Линейная плотность электрического заряда	$\lambda = \frac{q}{l}$	кулон на метр	Кл/м	$L^{-1}\,T\,I$

Окончание табл.1.

Величина	Единица			Размерность величины
	определение	наименование	обозначение	
Поверхностная плотность электрического заряда	$\sigma = \frac{q}{S}$	кулон на квадратный метр	Кл/м^2	$L^{-2}\,T\,I$
Объемная плотность электрического заряда	$\rho = \frac{q}{V}$	кулон на кубический метр	Кл/м^3	$L^{-3}\,T\,I$
Электрическое смещение	$D = \varepsilon\,\varepsilon_0\,E$	кулон на квадратный метр	Кл/м^2	$L^{-2}\,T\,I$
Электрическая емкость	$C = \frac{q}{U}$	фарада	Ф	$L^{-2}\,M^{-1}\,T^{4}\,I^{2}$
Плотность тока	$j = \frac{I}{S}$	ампер на квадратный метр	А/м^2	$L^{-2}\,I$
Электрическое сопротивление	$R = \frac{U}{I}$	ом	Ом	$L^{2}\,M\,T^{-3}\,I^{-2}$
Электрическая проводимость	$G = \frac{1}{R}$	сименс	См	$L^{-2}\,M^{-1}\,T^{3}\,I^{2}$
Удельное электрическое сопротивление	$\rho = \frac{RS}{l}$	ом – метр	Ом · м	$L^{3}\,M\,T^{-3}\,I^{-2}$
Удельная электрическая проводимость	$\sigma = \frac{1}{\rho}$	сименс на метр	См/м	$L^{-3}\,M^{-1}\,T^{3}\,I^{2}$
Магнитный момент	$p = I\,S$	ампер – квадратный метр	А · м^2	$L\;I$
Магнитная индукция	$B = \frac{\mathrm{M}}{p}$	тесла	Тл	$M\,T^{-2}\,I^{-1}$
Магнитный поток	$\Phi_B = B\,S$	вебер	Вб	$L^{2}\,M\,T^{-2}\,I^{-1}$
Напряженность магнитного поля	$H = \frac{B}{\mu\,\mu_0}$	ампер на метр	А/м	$L^{-1}\;I$
Индуктивность	$L = \frac{\Phi}{I}$	генри	Гн	$L^{2}\,I$

Таблица 2

Величина	Единица и ее связь с единицами СИ
Количество электричества	1 СГС = $\frac{10}{c}$ Кл $= \frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ Кл
Напряженность электрического поля	1 СГС = $c \cdot 10^{-6}$ В/м = $3 \cdot 10^{4}$ В/м
Потенциал, разность потенциалов; электродвижущая сила	1 СГС = $c \cdot 10^{-8}$ В = $3 \cdot 10^{2}$ В
Поверхностная плотность электрического заряда	1 СГС = $\frac{1\,СГС_q}{см^2} = \frac{10^5}{c}\frac{Кл}{м^2} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-5}\,\frac{Кл}{м^2}$
Электрическое смещение	1 СГС = $\frac{10^5}{4\pi c}\frac{Кл}{м^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 3} \cdot 10^{-5}\,\frac{Кл}{м^2}$
Электрическая емкость	1 СГС = $\frac{1}{c^2} \cdot 10^{-9}$ Ф $= \frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$ Ф
Сила тока	1 СГС = $\frac{10}{c}$ А $= \frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ А
Плотность тока	1 СГС = $\frac{10^5}{c}$ А / м^2 $= \frac{1}{3} \cdot 10^{-5}$ А / м^2
Электрическое сопротивление	1 СГС = $c^2 \cdot 10^{-9}$ Ом = $9 \cdot 10^{11}$ Ом
Удельное электрическое сопротивление	1 СГС = $c^2 \cdot 10^{-11}$ Ом · м = $9 \cdot 10^{9}$ Ом · м
Магнитная индукция	1 СГС = 1 Гс = 10^{-4} Тл
Магнитный поток	1 СГС = 1 Мкс = 10^{-8} Вб
Напряженность магнитного поля	1 СГС = 1 Э = $\frac{1}{4\pi} \cdot 10^{3}$ А / м
Индуктивность	1 СГС = 1 см = 10^{-9} Гн

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ

Электромагнитные константы

Элементарный заряд	$1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл
Квант магнитного потока	$2{,}068 \cdot 10^{-15}$ Вб
Магнетон Бора	$9{,}274 \cdot 10^{-24}$ Дж/ Тл
Ядерный магнетон	$5{,}050 \cdot 10^{-27}$ Дж/Тл

Диэлектрическая проницаемость некоторых веществ

Воск	7,8	Парафин	2	Эбонит	2,6

Вода	81	Слюда	6	Парафинированная бумага	2
Керосин	2	Стекло	6		
Масло	5	Фарфор	6		

Удельное сопротивление проводников (при 0° С), мкОм · м

Алюминий	0,025	Нихром	100
Графит	0,039	Ртуть	0,94
Железо	0,087	Свинец	0,22
Медь	0,017	Сталь	0,10

Подвижности ионов в электролитах, 10^8 м^2/(В·с)

No_2^-	6,4	CL^-	6,8
H^+	32,6	Ag^+	5,6
K^+	6,7		

Работа выхода из металла, эВ

W	4,5	Ag	4,74
W+Cs	1,6	Li	2,4
W+Th	2,63	Na	2,3
Pt+Cs	1,40	K	2,0
Pt	5,3	Cs	1,9

1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

По закону Кулона сила электростатического взаимодействия между двумя заряженными телами, размеры которых малы по сравнению с расстоянием r между ними, определяется формулой

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2},$$

где q_1 и q_2 – электрические заряды тел, ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды, $\varepsilon_0 = 8{,}85418782 \cdot 10^{-12}$ Ф /м – электрическая постоянная.

Напряженность электрического поля определяется формулой $E = F / q$, где F – сила, действующая на заряд q. Напряженность поля точечного заряда $E = q / 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2$. Напряженность электрического поля нескольких зарядов (например, поле диполя) находится по правилу векторного сложения.

По теореме Гаусса поток напряженности сквозь любую замкнутую поверхность

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon} \sum q_i \, ,$$

где $\sum q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, находящихся внутри этой поверхности. Соответственно поток электрического смещения сквозь любую замкнутую поверхность $\Phi_D = \sum q_i$. При помощи теоремы Гаусса можно найти напряженность электрического поля, образованного различными заряженными телами.

Напряженность поля, образованного заряженной бесконечно длинной нитью,

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon \, a} \, ,$$

где λ – линейная плотность заряда на нити, a – расстояние от нити. Если нить имеет конечную длину, то напряженность поля в точке, находящейся на перпендикуляре, восстановленном из середины нити на расстоянии a от нее,

$$E = \frac{\lambda \, \sin\theta}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon \, a} \, ,$$

где θ – угол между направлением нормали к нити и радиусом – вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концу нити.

Напряженность поля, образованного заряженной бесконечно протяженной плоскостью,

$$E = \frac{\sigma}{2 \varepsilon_0 \varepsilon} \, ,$$

где σ – поверхностная плотность заряда на плоскости. Если плоскость представляет собой диск радиусом R, то напряженность поля в точке, находящейся на перпендикуляре, восстановленном из центра диска на расстоянии a от него,

$$E = \frac{\sigma}{2 \varepsilon_0 \varepsilon} \left(1 - \frac{\phi}{\sqrt{R^2 + a^2}} \right).$$

Напряженность поля, образованного разноименно заряженными параллельными бесконечными плоскостями (поля плоского конденсатора),

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \, .$$

Напряженность поля, образованного заряженным шаром,

$$E = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon \, r^2} \, ,$$

где q – заряд шара радиусом R и r – расстояние от центра шара, причем $r > R$.

Электрическое смещение D определяется соотношением $D = \varepsilon_0 \, \varepsilon \, E$.

Разность потенциалов между двумя точками электрического поля определяется работой, которую надо совершить, чтобы единицу положительного заряда перенести из одной точки в другую:

$$U=\varphi_1-\varphi_2=\frac{A}{q}.$$

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r},$$

где r – расстояние от заряда.

Напряженность электрического поля и потенциал связаны соотношением E = – grad φ. В случае однородного поля плоского конденсатора напряженность $E = U/d$, где U – разность потенциалов между пластинами конденсатора, d – расстояние между ними.

Потенциал уединенного проводника и его заряд связаны соотношением $q = C\varphi$, где C – емкость уединенного проводника.

Емкость плоского конденсатора

$$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d},$$

где S – площадь каждой пластины конденсатора.

Емкость сферического конденсатора

$$C=\frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon rR}{R-r},$$

где r и R – радиусы внутренней и внешней сфер. В частном случае, когда $R = \infty$, $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon r$ – емкость уединенного шара.

Емкость цилиндрического конденсатора

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon L}{\ln(R/r)},$$

где L – высота коаксиальных цилиндров, r и R – радиусы внутреннего и внешнего цилиндров.

Емкость системы конденсаторов:

–при параллельном соединении конденсаторов $C = C_1 + C_2 + C_3 + ...$,

–при последовательном соединении $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+...$

Энергия заряженного проводника может быть найдена по одной из следующих формул:

$$W=\frac{qU}{2},\ W=\frac{CU^2}{2},\ W=\frac{q^2}{2C}.$$

В случае плоского конденсатора энергия

$$W=\frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{2d}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2Sd}{2}=\frac{\sigma^2Sd}{2\varepsilon_0\varepsilon},$$

где S – площадь каждой пластины конденсатора, σ – поверхностная плотность заряда на пластинах, U – разность потенциалов между пластинами, d – расстояние между ними. Величина

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

называется объемной плотностью энергии электрического поля.

Сила притяжения между пластинами плоского конденсатора

$$F = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d^2} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

Постоянный электрический ток

Сила тока (ток) I численно равна количеству электричества, проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени $I = \dfrac{dq}{dt}$. Если сила тока I = const , то $I = \dfrac{q}{t}$.

Плотность электрического тока $j = \dfrac{I}{S}$, где S – площадь поперечного сечения проводника.

Ток, текущий по участку однородного проводника, подчиняется закону Ома $I = \dfrac{U}{R}$, где U – разность потенциалов на концах участка, R – сопротивление этого участка.

Сопротивление проводника $R = \rho \dfrac{l}{S} = \dfrac{l}{\sigma S}$, где ρ – удельное сопротивление, σ – удельная проводимость, l – длина и S – площадь поперечного сечения проводника.

Удельное сопротивление металлов зависит от температуры следующим образом: $\rho_t = \rho_0 (1 + \alpha t)$, где ρ_0 – удельное сопротивление при $t_0 = 0$°C, α – температурный коэффициент сопротивления.

Работа электрического тока на участке цепи определяется формулой

$$A = IUt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t .$$

Для замкнутой цепи закон Ома имеет вид $I = \dfrac{\varepsilon}{R + r}$, где ε – э.д.с. генератора, R – внешнее сопротивление, r – внутреннее сопротивление генератора.

Полная мощность, выделяемая в цепи, $P = \varepsilon I$.

Для разветвленных цепей имеют место два закона Кирхгофа:

–первый закон Кирхгофа – алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю: $\sum I_i = 0$;

–второй закон Кирхгофа – в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма падений напряжения на отдельных участках цепи равна алгебраической сумме КПД, имеющих в этом контуре $\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i$.

При применении законов Кирхгофа надо руководствоваться следующими правилами.

На схеме стрелками произвольно указываются направления токов у соответствующих сопротивлений. Обходя контур в произвольном направлении, будем считать положительными те токи, направления которых совпадают с направлением обхода, и отрицательными те, направления которых противоположны направлению обхода.

Положительными э.д.с. будем считать те э.д.с., которые повышают потенциал в направлении обхода, т.е. э.д.с. будет положительной, если при обходе придется идти от минуса к плюсу внутри генератора.

В результате решения составленных уравнений определяемые величины могут получиться отрицательными. Отрицательное значение тока указывает на то, что фактическое направление тока на данном участке цепи обратно принятому.

Для электрического тока имеют место два закона Фарадея:

первый закон Фарадея – масса вещества, выделившегося при электролизе, $m = K\,I\,t = K\,q$, где q – количество электричества, прошедшего через электролит, K – электрохимический эквивалент;

второй закон Фарадея – электрохимический эквивалент пропорционален химическому эквиваленту: $K = \frac{1}{F}\frac{A}{Z}$, где A – молярная масса, Z – валентность, F = 96,48456 · 10^3 Кл /моль – постоянная Фарадея.

Удельная проводимость электролита определяется формулой

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \alpha\, CZF(u_+ + u_-),$$

где α – степень диссоциации, C [моль/м^3] – молярная концентрация, Z – валентность, F – постоянная Фарадея, u_+ и u_- [м^2/(В · с)] – подвижности ионов. При этом $\alpha = n_д / n$ – отношение числа диссоциированных молекул в единице объема к числу всех молекул растворенного вещества в этом объеме. Величина CZ [моль/м^3] называется эквивалентной концентрацией, а величина $\Lambda = \sigma / \eta$ [м^2 /(Ом · моль)] – эквивалентной проводимостью.

При небольших плотностях тока, текущего в газе, имеет место закон Ома

$$j = q\, n\, (u_+ + u_-)\, E = \sigma\, E ,$$

где E – напряженность поля; σ – удельная проводимость газа; q – заряд иона; u_+ и u_- – подвижности ионов; n [м$^{-3}$] – число ионов каждого знака (число пар ионов), находящихся в единице объема газа. При этом

$$n = \sqrt{\frac{N}{r}} ,$$

где N [м$^{-3}\cdot$с$^{-1}$] – число пар ионов, создаваемых ионизирующим агентом в единице объема в единицу времени, r [м^3/с] – коэффициент рекомбинации.

Плотность тока насыщения в газе определяется формулой $j_{\text{Н}} = N\,q\,d$, где d – расстояние между электродами.

Чтобы вырваться из металла наружу, электрон должен обладать кинетической энергией $\dfrac{m\upsilon^2}{2} \geq A$, где A – работа выхода электрона из данного металла.

Плотность тока насыщения при термоэлектронной эмиссии определяется формулой

$$j_{\text{Н}} = BT^2 \exp\left(-\frac{A}{kT}\right),$$

где T – термодинамическая температура катода; A – работа выхода; k = 1,380662 $\cdot$ 10^{-23} Дж /К – постоянная Больцмана; B [А /(м^2 $\cdot$ К^2] – эмиссионная постоянная, разная для различных металлов.

Примеры решения задач

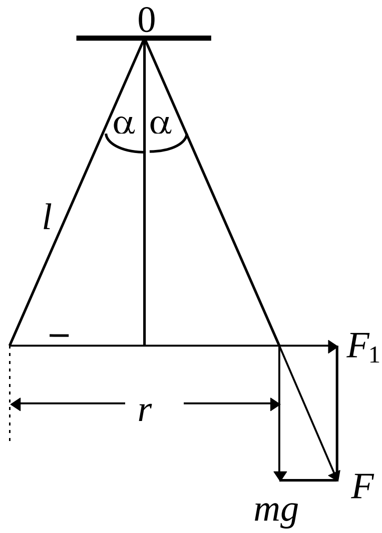

Рис.1

1. Два шарика одинакового радиуса и массы подвешены на нитях так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда q_0 = 4·10^{-7} Кл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол 60^0. Найти массы шариков, если расстояние от точки до центра шарика равно 20см.

Решение. Обозначим угол между нитями 2α. На каждый шарик действуют две силы: сила тяжести шарика mg и сила кулоновского отталкивания F_1. Равнодействующая этих сил F. Но

$$F_1 = mg\,\text{tg}\,\alpha = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} \quad \text{и} \quad \frac{r}{2} = l\sin\alpha,$$

тогда окончательно $m = \dfrac{F_1}{g\,\text{tg}\,\alpha} = \dfrac{q^2}{4g\,\pi\varepsilon_0\varepsilon 4l^2\sin^2\alpha\,\text{tg}\alpha}$. Каждый шарик несет заряд $q = \dfrac{q_0}{2}$. Подставляя числовые данные задачи, найдем m = 0,0016 кг.

2. Медный шар диаметром 1 см помещен в масло. Плотность масла ρ = 800 кг/м^3. Чему равен заряд шара, если в однородном электрическом поле шар оказался взвешенным в масле? Электрическое поле направлено вертикально вверх и его напряженность E = 36 000 В/см.

Решение. На шар действуют три силы: сила электрического поля F_1, направленная вверх, сила тяжести P, направленная вниз, и сила Архимеда F_2, направленная вверх. В равновесии $P = F_1 + F_2$; причем $P = mg = \rho_1 \frac{4}{3}\pi r^3 g$, где ρ_1 - плотность меди, $F_1 = E\,q$ и $F_2 = \rho_2 \frac{4}{3}\pi r^3 g$, где ρ_2 - плотность масла. Подставляя выражение для P, F_1 и F_2 в вышеприведенное уравнение и решая его относительно q, имеем

$$q = \frac{4\pi r^3 g(\rho_1 - \rho_2)}{3E} = 1{,}1 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}.$$

3. Кольцо из проволоки радиусом R = 10 см заряжено отрицательно и несет заряд $q = -5 \cdot 10^{-9}$ Кл. Найти:

1) напряженность электрического поля на оси кольца в точках, расположенных от центра кольца на расстоянии L, равном 0, 5, 8, 10 и 15 см. Начертить график $E = f(L)$;

1) на каком расстоянии L от центра кольца напряженность электрического поля будет максимальной?

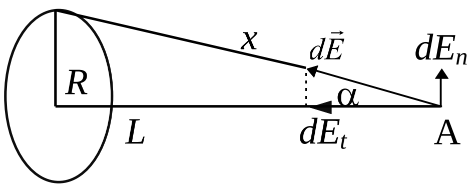

Рис.2

Решение. 1) Возьмем элемент кольца $d\,l$. Этот элемент несет заряд $dq\,/\,d\,l$. Напряженность электрического поля в точке А, созданная этим элементом, $dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon x^2}$. Она направлена по линии x, соединяющей элемент кольца $d\,l$ с точкой А. Очевидно, для нахождения напряженности от всего кольца надо геометрически сложить $d\vec{E}$ от всех элементов. Вектор $d\vec{E}$ можно разложить на две составляющие dE_t и dE_n. Составляющие dE_n от каждых двух диаметрально противоположных элементов взаимно уничтожатся, и тогда $E = \int dE_t$; но $dE_t = dE\cos\alpha = dE\frac{L}{x} = \frac{L\,dq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon x^2}$. Тогда $E = \frac{L}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon x^3}\int dq = \frac{Lq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon x^3}$, но $x = \sqrt{R^2 + L^2}$ и окончательно $E = \frac{Lq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon (R^2 + L^2)^{\frac{3}{2}}}$ – напряженность электрического поля на оси кольца. Если $L \gg R$, то $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon L^2}$, т.е. на больших расстояниях заряженное кольцо можно рассматривать как точечный заряд. Подставляя числовые данные задачи, получим соответственно E = 0; 1600; 1710; 1600; 1150 В/м.

2) Выразим величины x и L через угол α. Имеем $R = x\sin\alpha$, $L = x\cos\alpha$; теперь формула примет вид

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}\cos\alpha\sin^2\alpha.$$

Для нахождения максимума величины E возьмем производную $\frac{dE}{d\alpha}$ и приравняем ее нулю $\frac{dE}{d\alpha}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}(\cos^2\alpha 2\sin\alpha-\sin^3\alpha)=0$ или $\mathrm{tg}^2\alpha = 2$. Тогда расстояние L точки А от центра кольца, на котором напряженность электрического поля максимальна, равно $L=\frac{R}{tg\,\alpha}=\frac{R}{\sqrt{2}}$. В нашем случае R = 0,1 м и следовательно, $L = 7{,}1\cdot 10^{-2}$ м.

4. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого d = 1 см, находится заряженная капелька массой $m = 5\cdot 10^{-11}$ г. При отсутствии электрического поля капелька вследствие сопротивления воздуха падает с некоторой постоянной скоростью. Если к пластинам конденсатора приложена разность потенциалов U = 600 В, то капелька падает вдвое медленней. Найти заряд капельки.

Решение. В отсутствие электрического поля $mg=6\pi\eta rV_1$. При наличии поля $mg-Eq=6\pi\eta rV_2$. Решая совместно, находим $mg-Eq=\frac{V_2}{V_1}mg$ или

$$q=\frac{mg}{E}(1-\frac{V_2}{V_1})=\frac{mgd}{U}(1-\frac{V_2}{V_1})=4{,}1\cdot 10^{-18}\,\text{Кл}.$$

5.Восемь заряженных водяных капель радиусом 1 мм и зарядом в 10^{-10} Кл каждая сливаются в одну общую водяную каплю. Найти потенциал большой капли.

Решение. Заряд n капель $q_0 = nq$. Этот заряд будет находиться на большой капле. Радиус большой капли найдется из условия $n\frac{4}{3}\pi r^3\rho=\frac{4}{3}\pi R^3\rho$, откуда $R = r\sqrt[3]{n}$. Тогда потенциал этой капли $U=\frac{q_0}{C}=\frac{nq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}=\frac{nq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r\sqrt[3]{n}}$. У нас n = 8, $q = 10^{-10}$ Кл, $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м, ε = 1, $r = 10^{-3}$ м. Подставляя эти данные, получим U = 3600 В.

6. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии d =1 см друг от друга, приложена разность потенциалов U = 300 В. В пространстве между пластинами помещается плоскопараллельная пластинка стекла толщиной d_1 = 0,5 см и плоскопараллельная пластинка парафина толщиной d_2 = 0,5 см.

Найти: 1) напряженность электрического поля в каждом слое; 2) падение потенциала в каждом слое; 3) емкость конденсатора, если площадь пластин S = 100 см ^{2}; 4) поверхностную плотность заряда на пластинах.

Решение. 1) Обозначим E_1 и E_2 – напряженность электрического поля в каждом слое, U_1 и U_2 - падение потенциала в каждом слое, тогда: $\varepsilon_1 E_1=\varepsilon_2 E_2$

; $U_1 + U_2 = U$. Учитывая $U = E\,d$, перепишем $E_1\,d_1 + E_2\,d_2 = U$. Решая совместно, имеем $E_1 = \dfrac{U\varepsilon_2}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1} = 1{,}5 \cdot 10^4$ В/м, $E_2 = \dfrac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2} = 4{,}5 \cdot 10^4$ В/м.

2) Находим $U_1 = E_1\,d_1 = 75$ В, $U_2 = E_2\,d_2 = 225$ В.

3) Общая емкость двух пластин будет равна

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}, \text{ где } C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d_1} \text{ и } C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d_2}.$$

Решая совместно, получим

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 S}{d_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_1 d_2} = 2{,}66 \cdot 10^{-11}\,\text{Ф}.$$

4) Заряд на одной из пластин $q = \sigma S = = C_1 U_1 = C_2\,U_2 = CU$, отсюда

$$\sigma = \frac{CU}{S} = 8 \cdot 10^{-7}\,\text{Кл/м}^2.$$

7. Воздушный цилиндрический конденсатор имеет радиус внутреннего цилиндра r = 1,5 см, радиус внешнего цилиндра R = 3,5 см. Между цилиндрами приложена разность потенциалов U = 2300 В. Какую скорость получит электрон под действием поля этого конденсатора, двигаясь с расстояния l_1 = 2,5 см до расстояния l_2 = 2 см от оси цилиндра?

Решение. Работа сил электрического поля переходит в кинетическую энергию электрона $A = \dfrac{mV^2}{2}$. Имеем $d\,A = q\,d\,U = -\,qE\,d\,x$. Так как

$$E = \frac{U_0}{x \ln \frac{R}{r}}, \text{ то } A = -\int_{l_1}^{l_2} \frac{qU_0 dx}{x \ln \frac{R}{r}} = \frac{qU_0 \ln \frac{l_1}{l_2}}{\ln \frac{R}{r}} = \frac{mV^2}{2}, \quad \text{откуда } V = \sqrt{\frac{2qU_0 \ln \frac{l_1}{l_2}}{m \ln \frac{R}{r}}}.$$

Подставляя числовые данные задачи, получим $V = 1{,}46 \cdot 10^7$ м/с.

8. К пластинам плоского конденсатора, расстояние между которыми равно d = 3 см, подана разность потенциалов U = 1000 В. Пространство между пластинами заполняется диэлектриком ($\varepsilon = 7$).

Найти: а) поверхностную плотность связанных (поляризационных) зарядов и б) на сколько изменится поверхностная плотность заряда на пластинах при заполнении конденсатора диэлектриком. Задачу решить при двух условиях: 1) заполнение конденсатора диэлектриком производится при включенном источнике разности потенциалов; 2) заполнение конденсатора диэлектриком производится после отключения конденсатора от источника напряжения.

Решение. Обозначим σ_0 - поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора в отсутствие диэлектрика, $\sigma_д$ - поверхностную плотность заряда на пластинах в присутствии диэлектрика и $\sigma_{св}$ - поверхностную плотность связанных (поляризованных) зарядов. Совместное действие зарядов $\sigma_д$ и $\sigma_{св}$ таково, как будто на границе раздела проводника и диэлектрика имеется заряд, распределенный с плотностью $\sigma' = \sigma_д - \sigma_{св}$.

Таким образом, σ' - поверхностная плотность “эффективных” зарядов, т.е. зарядов, определяющих суммарное, результирующее поле в диэлектрике. Очевидно, величины σ связаны с соответствующими полями следующими соотношениями: поле в отсутствие диэлектрика

$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{U_1}{d},$$

результирующее поле в диэлектрике

$$E = \frac{\sigma_д}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{U_2}{d}.$$

Так как $\sigma_{св} = \sigma_д - \sigma'$ имеем $\sigma_{св} = \varepsilon_0 \varepsilon E - \varepsilon_0 E = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{U_2}{d}$.

1) В данном случае $U_1 = U_2 = U$ и тогда:

а) $\sigma_{св} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{U}{d} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^{-3}}$ Кл/м^2 = $1{,}77 \cdot 10^{-5}$ Кл/м^2;

б) $\sigma_д - \sigma_0 = \varepsilon_0 \varepsilon E - \varepsilon_0 E_0$ и, так как при включенном источнике напряжения $E = E_0 = \frac{U}{d}$, то $\sigma_д - \sigma_0 = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{U}{d} = \sigma_{св} = 1{,}77 \cdot 10^{-5}$ Кл/м^2.

Таким образом, благодаря источнику напряжения на пластинах конденсатора появятся добавочные заряды, компенсирующие уменьшение заряда, вызванное поляризацией диэлектрика.

2) В данном случае $q = \text{const}$ и $U_2 = \frac{\varepsilon_1 U_1}{\varepsilon_2}$ и тогда:

а) $\sigma_{св} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{U_2}{d} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{\varepsilon_1 U_1}{\varepsilon_2 d} = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 1 \cdot 10^3}{7 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}$ Кл/м^2=$2{,}53 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2;

б) так как $q = \text{const}$, то $\sigma_{св} = \sigma_0$, т. е. поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора не изменяется.

9. В схеме сопротивление R = 0,5 Ом, E_1 и E_2 - два элемента, э.д.с. которых одинаковы и равны 2 В. Внутренние сопротивления этих элементов равны соответственно r_1 = 1 Ом и r_2 = 1,5 Ом. Найти разность потенциалов на зажимах каждого элемента.

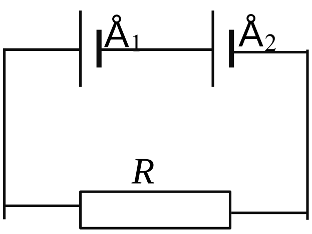

Рис.3

Решение. Сила тока в цепи $I = \frac{2\text{Å}}{R + r_1 + r_2} = \frac{4}{3} A$. Разность потенциалов на зажимах первого элемента $U_1 = E - Ir_1 = \frac{2}{3}$ В. Разность потенциалов на зажимах второго элемента $U_2 = E - Ir_2 = 0$.

10. В цепь, состоящую из медного провода площадью поперечного сечения S_1 = 3 мм^2, включен свинцовый предохранитель площадью поперечного сечения S_2 = 1 мм^2. На какое повышение температуры проводов при коротком замыкании цепи рассчитан

этот предохранитель? Считать, что при коротком замыкании вследствие кратковременности процесса все выделившееся тепло идет на нагревание цепи. Начальная температура предохранителя $t_0 = 17^0$ С.

Решение. Количество тепла, выделившегося в медном проводе,

$$Q_1 = m_1 c_1 \Delta t = \delta_1 l_1 S_1 c_1 \Delta t,$$

где δ - плотность меди, l_1 - длина провода, S_1 - площадь его поперечного сечения, c_1 - удельная теплоемкость меди и Δt - повышение температуры провода.

Количество тепла, выделившегося в свинцовом проводе,

$$Q_2 = \delta_2 l_2 S_2 (c_2 \Delta t_1 + r)$$

где r - удельная теплота плавления свинца, $\Delta t_1 = t_{пл} - t_0$, δ_2 - плотность свинца, l_2 - длина предохранителя, S_2 - площадь его поперечного сечения и c_2 - удельная теплоемкость свинца. Так как оба провода включены в цепь последовательно, то $I_1 = I_2$ и

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1 S_2 \rho_1}{l_2 S_1 \rho_2},$$

где ρ_1 и ρ_2 – удельное сопротивление меди и свинца соответственно. Подставляя вместо Q_1 и Q_2 соответствующие выражения, имеем

$$\frac{\delta_1 l_1 S_1 c_1 \Delta t}{\delta_2 l_2 S_2 (c_2 \Delta t_1 + r)} = \frac{\rho_1 l_1 S_2}{\rho_2 l_2 S_1},$$

откуда искомая разность температур

$$\Delta t = \frac{\rho_1 \delta_2 S_2^2 (c_2 \Delta t_1 + r)}{\rho_2 \delta_1 S_1^2 c_1},$$

где $\rho_1 = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, $\rho_2 = 2{,}2 \cdot 10^{-7}$ Ом·м, $\delta_1 = 8600$ кг/м^3, $\delta_2 = 11\,300$ кг/м^3, $c_1 = 395$ Дж/кг·град, $c_2 = 126{,}0$ Дж/кг·град, $t_{пл} = 327^0$ С, $r = 2{,}26 \cdot 10^4$ Дж/кг, $t_{пл} - t_0 = 327^o - 17^o = 310^o$. Подставляя эти данные, получим $\Delta t = 1{,}8^o$С.

11. В электрической схеме рис.4 E_1 – элемент с э.д.с., равной 2,1 В, $E_2 = 1{,}9$ В, $R_1 = 45$ Ом, $R_2 = 10$ Ом и $R_3 = 10$ Ом. Найти силу тока во всех участках цепи. Внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

Решение. Применим закон Кирхгофа для данной разветвленной цепи. Прежде всего наметим направление токов стрелками на схеме. Предположим, что токи будут идти в направлении поставленных нами стрелок. По первому закону Кирхгофа, для узла C

$$I_3 = I_1 + I_2,$$

(для узла A мы получим тождественное уравнение) По второму закону Кирхгофа, для контура ABC

$$I_3 R_3 + I_1 R_1 = E_1,$$

для контура ACD

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_2$$

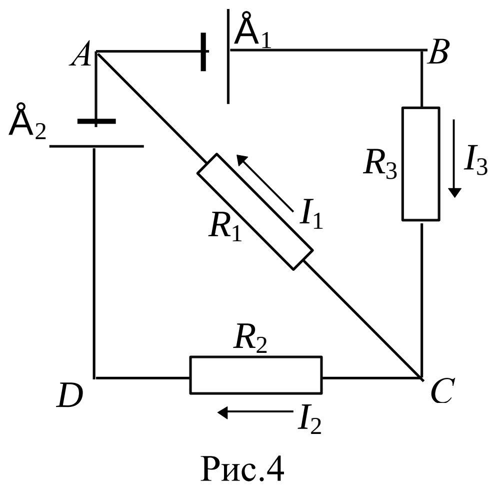

Рис.4

(вместо контура ACD или контура ABC можно было бы взять контур $ABCD$).

Имеем три уравнения для нахождения трех неизвестных I_1, I_2 и I_3. При решении задач на применение законов Кирхгофа удобнее все уравнения представить в численном виде. В условиях нашей задачи эти уравнения примут вид:

$$I_3 = I_1 + I_2,$$
$$10\, I_3 + 45\, I_1 = 2{,}1,$$
$$45\, I_1 - 10\, I_2 = 1{,}9.$$

Решая эти уравнения, получим $I_1 = 0{,}04$ А, $I_2 = -0{,}01$ А и $I_3 = 0{,}03$ А. Отрицательный знак у тока I_2 указывает на то, что направление тока нами было взято неверно. Направление тока I_2 в действительности будет от D к C, а не наоборот, как это было принято перед составлением уравнений.

Задачи для самостоятельного решения

1. Два шарика одинакового радиуса и массы подвешены на двух нитях так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд нужно сообщить шарикам, чтобы натяжение нитей стало равным 0,098 Н? Расстояние от точки подвеса до центра шарика равно 10 см. Масса каждого шарика равна $5 \cdot 10^{-3}$ кг.
(Ответ: $q = 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Кл.)

2. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе заряженная капелька ртути находится в равновесии при напряженности электрического поля $E = 600$ В/см. Заряд капли равен $2{,}4 \cdot 10^{-9}$ СГС$_q$. Найти радиус капли. (Ответ: $r = 4{,}4 \cdot 10^{-7}$ м.)

3. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого $d = 1$ см, находится заряженная капелька масла. При отсутствии электрического поля капелька падает с постоянной скоростью $V_1 = 0{,}011$ см/с. Если на пластины подать разность потенциалов $U = 150$ В, то капелька падает со скоростью $V_2 = 0{,}043$ см/с. Найти радиус капельки и ее заряд. Коэффициент вязкости воздуха $\eta = 1{,}82 \cdot 10^{-5}$ Н·с /м^2; плотность масла больше плотности газа, в котором падает капелька, на $\Delta\rho = 900$ кг /м^3. (Ответ: $r = 10^{-6}$ м, $q = 7{,}3 \cdot 10^{-18}$ Кл.)

4. Два шарика одинакового радиуса $R = 1$ см и массы $m = 4 \cdot 10^{-3}$ кг подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Когда шарики зарядили, нити разошлись на некоторый угол и натяжение нитей стало равно $F = 4{,}9 \cdot 10^{-4}$ Н. Найти потенциал заряженных шариков, если известно, что расстояние от точки подвеса до центра каждого шарика равно $l = 10$ см. (Ответ: $U = 19\,500$ В = 19,5 кВ.)

5. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии 1 см друг от друга, приложена разность потенциалов 100 В. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная пластинка кристаллического бромистого таллия ($\varepsilon = 173$) толщиной 9,5 мм. После отключения конденсатора от источника напряжения пластинку кристалла

вынимают. Какова будет после этого разность потенциалов между пластинами конденсатора? (Ответ: U = 1800 В.)

6. Цилиндрический конденсатор состоит из внутреннего цилиндра радиусом r = 3 мм, двух слоев изолятора и внешнего цилиндра радиусом R = 1 см. Первый слой изолятора толщиной d_1 = 3 мм примыкает к внутреннему цилиндру. Найти отношение падений потенциала в этих слоях. (Ответ: $\dfrac{U_1}{U_2} = 1{,}35$.)

7. Пространство между пластинами плоского конденсатора объемом 20 см^3 заполнено диэлектриком (ε = 5). Пластины конденсатора присоединены к источнику напряжения. При этом поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике равна 8,35·10^{-6} Кл/м^2. Какую работу надо совершить против сил электрического поля, чтобы вытащить диэлектрик из конденсатора? Задачу решить для двух случаев удаления диэлектрика: 1) при включенном источнике напряжения; 2) после отключения источника напряжения. (Ответ: 1) A = 1,97 ·10^{-5} Дж, 2) A = 9,8·10^{-5} Дж.)

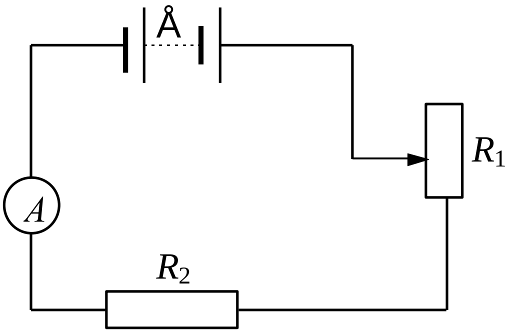

Рис.5

8. В схеме на рис.5 - Е батарея, э. д. с. которой равна 20 В, R_1 и R_2 –реостаты. При выведенном реостате R_1 амперметр показывает силу тока в цепи, равную 8 А; при введенном реостате амперметр показывает 5 А. Найти сопротивление реостатов и падение потенциала на них, когда реостат R_1 полностью включен. Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь. (Ответ: R_1 = =1,5 Ом; R_2 = 2,5 Ом; U_1 = 7,5 В и U_2 = 12,5 В.)

9. Найти количество тепла, выделяющегося ежесекундно в единицу объема медного провода при плотности тока в 30 А/см^2. (Ответ: 1,55·10^3 Дж/м^3·сек.)

10. В схеме рис.6 Е$_1$ и Е$_2$ - два элемента с равными э.д.с. в 2 В. Внутренние сопротивления этих элементов равны соответственно r_1 = 1 Ом и r_2 = 2 Ом. Чему равно внешнее сопротивление R, если сила тока I_1, текущего через Е$_1$, равна 1 А? Найти силу тока I_2, идущего через Е$_2$. Найти силу тока I_R, идущего через сопротивление R. (Ответ: $R = \dfrac{2}{3}$ Ом; I_2 = 0,5 А; I_R = 1,5 А.)

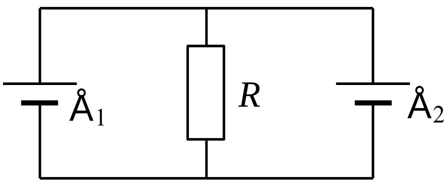

Рис.6

301. Точечные заряды Q_1 = 20 мкКл и Q_2 = – 10 мкКл находятся на расстоянии d = 5 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на r_1 = 3 см от первого и r_2 = 4 см от второго заряда.

Определить также силу F, действующую в этой точке на точечный заряд Q = 1 мкКл.

302. Три одинаковых точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 2$ нКл находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной a = 10 см. Определить по величине и направлению силу F, действующую на один из зарядов со стороны двух других.

303. Два положительных точечных заряда Q и $9Q$ закреплены на расстоянии l = 100 см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения заряда возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

304. Два одинаковых заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α. Шарики погружаются в масло. Какова плотность ρ_0 масла , если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным? Плотность материала шариков $\rho = 1{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3, диэлектрическая проницаемость масла $\varepsilon = 2{,}2$.

305. Четыре одинаковых заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 40$ нКл закреплены в вершинах квадрата со стороной a = 10 см. Найти силу F, действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

306. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 8 \cdot 10^{-10}$ Кл. Какой отрицательный заряд Q нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

307. На расстоянии d = 20 см находятся два точечных заряда Q_1 = – 50 нКл и Q_2 = 100 нКл. Определить силу $\vec{F}$, действующую на заряд Q_3 = – 10 нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное d .

308. Расстояние l между двумя точечными зарядами Q_1 = 2 нКл и Q_2 = 4 нКл равно 60 см. Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд Q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить величину и знак заряда. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

309. На тонком кольце равномерно распределен заряд с линейной плотностью заряда τ = 0,2 нКл /см. Радиус кольца R = 15 см. На перпендикуляре к плоскости кольца, восстановленном из его середины, находится точечный заряд Q = 10 нКл. Определить силу $\vec{F}$, действующую на точечный заряд со стороны заряженного кольца, если он удален от центра кольца: на 1) a_1 = 20 см; 2) a_2 = 10 м.

310. На тонкой нити, изогнутой по дуге окружности радиуса R = 10 см равномерно распределен заряд Q = 20 нКл. Определить напряженность $\vec{E}$ поля, создаваемого этим зарядом в точке, совпадающей с центром кривизны дуги, если длина нити равна четверти длины окружности.

311. Определить напряженность $\vec{E}$ поля, создаваемого зарядом, равномерно распределенным по тонкому прямому стержню с линейной плотностью

заряда τ = 200 нКл /м, в точке, лежащей на продолжении оси стержня на расстоянии a_1 = 20 см от ближайшего конца. Длина стержня l = 40 см.

312. На продолжении оси тонкого прямого стержня, равномерно заряженного, с линейной плотностью заряда τ = 15 нКл /см на расстоянии $\grave{a}$ = 40 см от конца стержня находится точечный заряд Q = 10 мкКл. Второй конец стержня уходит в бесконечность. Определить силу, действующую на заряд Q .

313. По тонкому кольцу радиусом R = 10 см равномерно распределен заряд Q_1 = 20 нКл. Какова напряженность $\vec{E}$ поля в точке, находящейся на оси кольца на расстоянии $\grave{a}$ = 20 см от центра кольца?

314. Два длинных, тонких равномерно заряженных (τ = 1 мкКл /м) стержня расположены перпендикулярно друг другу так, что точка пересечения их осей находится на расстоянии $\grave{a}$ = 10 см и b = 15 см от ближайших концов стержней. Найти силу F , действующую на заряд Q = 10 нКл, помещенный в точку пересечения осей стержней.

315. Тонкое полукольцо радиусом R = 20 см несет равномерно распределенный заряд Q_1 = 2 мкКл. Определить силу $\vec{F}$, действующую на точечный заряд Q_2 = 40 нКл, расположенный в центре кривизны полукольца.

316. Определить напряженность $\vec{E}$ поля, создаваемого тонким, длинным стержнем, равномерно заряженным с линейной плотностью τ = 20 мкКл /м в точке, находящейся на расстоянии $\grave{a}$ = 2 см от стержня, вблизи его середины.

317. Параллельно бесконечной плоскости, заряженной с поверхностной плотностью заряда σ = 4 мкКл /м ^{2}, расположена бесконечно длинная прямая нить, заряженная с линейной плотностью τ = 100 нКл /м. Определить силу $\vec{F}$, действующую со стороны плоскости на отрезок нити длиной l = 1 м.

318. Две одинаковые круглые пластины площадью S = 400 см^2 каждая расположены параллельно друг другу. Заряд одной пластины Q_1 = 400 нКл, другой Q_2 = – 200 нКл. Определить силу $\vec{F}$ взаимного притяжения пластин, если расстояние между ними: а) r_1 = 3 мм; б) r_2 = 10 м.

319. На бесконечном тонкостенном цилиндре диаметром d = 20 см равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью σ = 4 мкКл /м ^{2}. Определить напряженность поля в точке, отстоящей от поверхности цилиндра на $\grave{a}$=15 см.

320. С какой силой на единицу площади взаимодействуют две бесконечные параллельные плоскости, заряженные с одинаковой поверхностной плотностью σ = 5 мкКл /м ^{2}?

321. Две длинные прямые параллельные нити находятся на расстоянии d = 5 см друг от друга. На нитях равномерно распределены заряды с линейными плотностями τ_1 = –5 нКл/см и τ_1= –10 нКл/см. Определить напряженность

$\vec{E}$ электрического поля в точке, удаленной от первой нити на расстояние r_1 = 3см и от второй на расстояние r_1 = 4 см.

322. К бесконечной равномерно заряженной вертикальной плоскости подвешен на нити одноименно заряженный шарик массой m = 50 мг и зарядом Q = 0,6 нКл. Натяжение нити, на которой висит шарик, F = 0,7 мН. Найти поверхностную плотность σ заряда на плоскости.
323. С какой силой (на единицу длины) взаимодействуют две заряженные бесконечно длинные параллельные нити с одинаковой линейной плотностью заряда τ = 20 мкКл / м, находящиеся на расстоянии r = 10 см друг от друга?
324. Поверхностная плотность заряда σ бесконечно протяженной вертикальной плоскости равна 400 мкКл / м^2. К плоскости на нити подвешен заряженный шарик массой m = 10 г. Определить заряд Q шарика, если нить образует с плоскостью угол φ = 30°.
325. Определить потенциальную энергию W системы двух точечных зарядов Q_1 = 400 нКл и Q_2 = 20 нКл, находящихся на расстоянии r = 5 см друг от друга.
326. Две параллельные заряженные плоскости, поверхностные плотности которых σ_1 = 2 мкКл / м^2 и σ_2 = –0,8 мкКл/ м^2, находятся на расстоянии d = 0,6 см друг от друга. Определить разность потенциалов U между плоскостями.
327. Поле образовано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда σ = 40 нкКл / м^2. Определить разность потенциалов U двух точек поля, отстоящих от плоскости на r_1 = 15 и r_2 = 20 см.
328. Четыре одинаковых капли ртути, заряженных до потенциала φ = 10 В, сливаются в одну. Каков потенциал φ_1 образовавшейся капли?
329. Тонкий стержень согнут в кольцо радиусом R = 10 см. Он равномерно заряжен с линейной плотностью τ = 800 нКл / м. Определить потенциал φ в точке, расположенной на оси кольца на расстоянии h = 10 см от его центра.
330. Поле образовано точечным диполем с электрическим моментом p = 200 пКл · м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, расположенных симметрично относительно диполя на его оси на расстоянии r = 40 см от центра диполя.
331. Электрическое поле образовано бесконечно длинной заряженной нитью, линейная плотность заряда которой τ = 20 пКл / м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, отстоящих от нити на расстоянии r_1 = 8 см; r_2 = 12 см.
332. Тонкая квадратная рамка равномерно заряжена с линейной плотностью заряда τ = 200 пКл / м. Определить потенциал φ поля в точке пересечения диагоналей.
333. Пылинка массой m = 20 мкг, несущая на себе заряд Q = 40 нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения

разности потенциалов U = 200 В пылинка имела скорость υ = 10 м / с. Определить скорость υ_0 пылинки до того, как она влетела в поле.

334. Электрон, обладавший кинетической энергией T = 10 эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов U = 8 В?

335. Найти отношение скоростей ионов Cu^{++} и K^{+}, прошедших одинаковую разность потенциалов.

336. Электрон с энергией T = 400 эВ (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиусом R = 10 см. Определить минимальное расстояние a, на которое приблизится электрон к поверхности сферы, если заряд ее Q = – 10 нКл.

337. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость $\upsilon = 10^5$ м / с. Расстояние между пластинами d = 8 мм. Найти: 1) разность потенциалов между пластинами; 2) поверхностную плотность заряда υ на пластинах.

338. Пылинка массой m = 5 нг, несущая на себе N = 10 электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов U = 1 МВ. Какова кинетическая энергия T пылинки? Какую скорость приобрела пылинка?

339. Ион атома лития Li^{+} прошел разность потенциалов U_1 = 400 В, ион атома натрия Na^{+} – разность потенциалов U_2 = 300 В. Найти отношение скоростей этих ионов.

340. При бомбардировке неподвижного ядра калия α– частицей сила отталкивания между ними достигла F = 100 Н. На какое наименьшее расстояние приблизилась α– частица к ядру атома калия? Какую скорость υ имела α– частица вдали от ядра? Влиянием электронной оболочки атома калия пренебречь.

341. Расстояние между пластинами плоского конденсатора d = 2 мм, разность потенциалов U = 600 В. Заряд каждой пластины Q = 40 нКл. Определить энергию W поля конденсатора и силу взаимного притяжения пластин.

342. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора емкостью C = 100 пФ каждый соединены в батарею последовательно. Определить, насколько изменится емкость батареи, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить парафином.

343. Два конденсатора емкостью C_1 = 5 мкФ и C_2 = 5 мкФ последовательно присоединены к батарее с ЭДС E = 80 В. Определить заряд Q_1 и Q_2 каждого из конденсаторов и разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками.

344. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом R = 10 см каждая. Расстояние между пластинами d = 2 мм. Конденсатор присоединен к источнику напряжения U = 80 В. Определить заряд Q и напряженность E поля конденсатора в двух случаях: а) диэлектрик – воздух; б) диэлектрик – стекло.

345. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора соединены последовательно в батарею, которая подключена к источнику тока с ЭДС Е = 12 В. Определить, насколько изменится напряжение на одном из конденсаторов, если другой погрузить в трансформаторное масло.
346. Два металлических шарика радиусами R_1 = 5 см и R_2 = 10 см имеют: первый – заряд Q_1 = 40 нКл, второй – заряд Q_2 = – 20 нКл. Найти энергию W, которая выделится при разряде, если шары соединить проводником.
347. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков: стекла толщиной d_1 = 0,2 см и слоем парафина толщиной d_2 = 0,2 см. Разность потенциалов между обкладками U = 300 В. Определить напряженность поля и падение потенциала в каждом из слоев.
348. Плоский конденсатор с площадью пластин S = 200 см^2 каждая заряжен до разности потенциалов U = 2 кВ. Расстояние между пластинами d = 2 см. Диэлектрик – стекло. Определить энергию W поля конденсатора и плотность ω энергии поля.
349. Катушка и амперметр соединены последовательно и присоединены к источнику тока . К клеммам катушки присоединен вольтметр с сопротивлением r = 4 кОм. Амперметр показывает силу тока I = 0,3 А, вольтметр – напряжение U = 120 В. Определить сопротивление катушки. Сколько процентов составит ошибка, если при определении сопротивления катушки не будет учтено сопротивление вольтметра?
350. Э. д. с. батареи Е = 80 В, внутреннее сопротивление r_1 = 5 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность P = 100 Вт. Определить силу тока I в цепи, напряжение U, под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление r.
351. Какую работу необходимо совершить, чтобы увеличить расстояние между пластинами плоского вакуумного конденсатора площадью 100 см^2 от 0,03 до 0,1 м? Напряжение и между пластинами конденсатора постоянно и равно 220 В.
352. Три точечных заряда q_A, q_B и q_C находятся в вершинах треугольника ABC: $q_A = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл, $q_B = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл, $q_C = -6 \cdot 10^{-6}$ Кл, AB = 0,3 м, BC = 0,5 м, AC = 0,6 м. Определить работу, которую нужно совершить, чтобы развести эти заряды на такое расстояние, чтобы силы их взаимодействия можно было считать равными нулю. Заряды находятся в керосине.
353. Две концентрические сферические поверхности, находящиеся в вакууме, заряжены одинаковым количеством электричества $q = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл. Радиусы этих поверхностей R_1 = 1 м и R_2 = 2 ì. Найти энергию электрического поля, заключенного между этими сферами.
354. Легкое алюминиевое колесико состоит из n лопастей прямоугольной формы, соединенных в центре. В верхнюю часть лопастей падает пучок электронов, ускоренных электрическим полем до разности потенциалов U и создающих ток I. С каким ускорением будет вращаться колесико, если трением в подшипниках и отражением электронов от лопастей пренебречь? Радиус колеса R, ширина лопастей l, толщина h ($R \gg h$, $R \gg l$).

355. Пять последовательно соединенных источников с Е = 1,2 В и внутренним сопротивлением 0,2 Ом каждый замкнуты на внешнее сопротивление R. Какой величины должно быть R, чтобы во внешней цепи выделялась максимальная мощность?

356. К двум батареям, соединенным параллельно, подключили электролампу. Каким сопротивлением должна она обладать, чтобы мощность ее была максимальной, если э.д.с. батарей E_1 = 12 В, E_2 = 10 В и их внутреннее сопротивление $r_1 = r_2$ = 1 Ом?

357. Батарея аккумуляторов соединена параллельно с генератором постоянного тока. Э.д.с. генератора E_1 = 110 В, батареи E_2 = 100 В, их внутренние сопротивления равны между собой: $r_1 = r_2$ = 5 Ом. В зависимости от нагрузки в сети аккумуляторы будут разряжаться и помогать генератору питать сеть или заряжаться. Определить, какой из этих случаев будет при сопротивлении в сети r_3 = 100 Ом.

358. Металлический диск вращается вокруг своей оси, перпендикулярной плоскости диска, с угловой скоростью ω = 100 $с^{-1}$. Радиус диска R = 10 см. Какая разность потенциалов должна возникнуть между центром и краем диска?

359. Даны n одинаковых источников с э.д.с. Е и внутренним сопротивлением r . Сопротивление внешней цепи равно R. В каком случае источники выгодно включить последовательно, а в каком параллельно?

360. Сравнить токи короткого замыкания для случаев, когда n одинаковых элементов соединены параллельно и последовательно.

361. Движение ионов под действием сил электрического поля Земли, градиент которого равен 130 В/м, создает в атмосфере вертикальный ток. Если не учитывать противотоков в районах, охваченных грозой, то получится для всей земной поверхности сила тока, равная 1500 А.

362. Лампа накаливания потребляет ток, равный 0,5 А. Температура накаливания вольфрамовой нити лампы диаметром 0,1 мм соответствует 2200°С; ток подводится медным проводом сечением 5 мм^2. Определить напряженность электрического поля в меди и вольфраме (для вольфрама $\rho = 5{,}5 \cdot 10^{-8}$ Ом $\cdot$ м, α = 0,0045 1/°С).

363. Определить, какой ток создает электрон, вращающийся вокруг ядра в атоме водорода, если радиус его орбиты принять равным $5{,}3 \cdot 10^{-9}$ см.

364. Ток в проводнике сопротивлением r = 25 Ом за время t = 10 с равномерно возрастет от нуля до некоторого максимума. за это время в проводнике выделилась теплота Q = 40 кДж. Определить среднее значение силы тока $\langle I \rangle$ в проводнике за этот промежуток времени.

365. По проводнику сопротивлением r = 8 Ом течет равномерно возрастающий ток. За время t = 8 с в проводнике выделилась теплота Q = 500 Дж. Определить заряд q, протекающий за это время по проводнику . В момент времени, принятый за начальный, ток в проводнике был равен нулю.

366. Сила тока в проводнике сопротивлением r = 10 Ом равномерно убывает от значения I_1 = 10 А до I_2 = 0 в течение времени t = 10 с. Определить теплоту Q, выделившуюся в этом проводнике за указанный промежуток времени.

367. Прибор с сопротивлением r = 6 Ом подключен к двум параллельно соединенным источникам тока э.д.с. с E_1 = 2,2 В и E_2 = 2,4 В и внутренним сопротивлением r_1 = 0,8 Ом и r_2 = 0,2 Ом. Определить силу тока в этом приборе и напряжение на зажимах второго источника тока.

368. От батареи, э.д.с. которой Е = 600 В, требуется передать энергию на расстояние l = 1 км. Потребляемая мощность P = 5 кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводящих проводов d = 0,5 см.

369. Определить число электронов, проходящих в секунду через единицу площади поперечного сечения железной проволоки длиной l = 20 м при напряжении на ее концах U = 16 В.

370. Э.д.с. батареи Е = 24 В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, I_{max} = 10 А. Определить P_{max}, которая может выделяться во внешней цепи.

371. При внешнем сопротивлении r_1 = 8 Ом сила тока в цепи I_1 = 0,8 А, при сопротивлении r_2 = 15 Ом сила тока I_1 = 0,5 А. Определить силу тока короткого замыкания $I_{к.з.}$ источника э.д.с.

372. В сеть с напряжением U = 100 В включили катушку с сопротивлением r = 2 кОм и вольтметр, соединенные последовательно. Показание вольтметра U_1 = 80 В. Когда катушку заменили другой, вольтметр показал U_2 =60 В. Определить сопротивление другой катушки.

373. Э.д.с. батареи Е = 12 В. При силе тока I = 4 А к.п.д. батареи η = 0,6. Определить внутреннее сопротивление r_i батареи.

374. Сила тока в проводнике равномерно увеличивается от нуля до некоторого максимального значения в течение времени t = 20 с. За это время в проводнике выделилась теплота Q = 4 кДж. Определить скорость нарастания тока в проводнике, если сопротивление его r = 5 Ом.

375. Сила тока в проводнике меняется со временем по закону $I = I_0 e^{-\alpha\ t}$/ Начальная сила тока I_0 = 20 А, $\alpha = 10^2$ с$^{-1}$. Определить теплоту, выделившуюся в проводнике за время $t = 10^{-2}$ с.

376. Ток в проводнике сопротивлением r = 10 Ом за время t = 50 с равномерно нарастает от I_1 = 5 А до I_2 = 10 А. Определить теплоту Q, выделившуюся за это время в проводнике.

377. В проводнике за время t = 10 с при равномерном возрастании тока от I_1 = 1 А до I_2 = 2 А выделилась теплота Q = 5 кДж. Найти сопротивление проводника.

378. Сила тока в проводнике меняется со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Найти заряд Q, протекающий через поперечное сечение проводника за половину периода T, если начальная сила тока I_0 = 10 А, циклическая частота $\omega = 50\ \pi$с$^{-1}$.

379. Найти сопротивление трубки длиной l = 0,5 м и площадью поперечного сечения S = 5 мм^2, если она наполнена азотом, ионизированным так, что в объеме V = 1 см^3 при равновесии его находится $n = 10^8$ пар ионов. Ионы однозарядны.

380. Воздух ионизируется рентгеновскими лучами. Определить удельную проводимость σ воздуха, если в объеме V = 1 см^3 газа находится в условиях равновесия $n = 10^8$ пар ионов.

2. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

По закону Био – Савара – Лапласа элемент контура $d\,l$, по которому течет ток I, создает в некоторой точке A пространства магнитное поле напряженностью

$$dH = \frac{I \sin\alpha}{4\pi r^2} dl,$$

где r – расстояние от точки A до элемента тока dl, α – угол между радиусом–вектором r и элементом тока $d\,l$.

Применим закон Био – Савара – Лапласа к контурам различного вида.

Напряженность магнитного поля в центре кругового тока:

$$H = \frac{I}{2R} ,$$

где R – радиус кругового контура с током.

Напряженность магнитного поля, созданного бесконечно длинным прямолинейным проводником,

$$H = \frac{I}{2\pi a} ,$$

здесь a – расстояние от точки, где ищется напряженность, до проводника с током.

Напряженность магнитного поля на оси кругового тока

$$H = \frac{R^2 I}{2\,(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} ,$$

здесь R – радиус кругового контура с током, a – расстояние от точки, где ищется напряженность, до плоскости контура.

Напряженность магнитного поля внутри тороида и бесконечно длинного соленоида $H = I\,n$, где n – число витков на единицу длины соленоида (тороида).

Напряженность магнитного поля на оси соленоида конечной длины

$$H = \frac{I\,n}{2}(\cos\beta_1 - \cos\beta_2),$$

где β_1 и β_2 – углы между осью соленоида и радиусами – векторами, проведенными из рассматриваемой точки к концам соленоида.

Магнитная индукция B связана с напряженностью H магнитного поля соотношением $B = \mu_0 \mu H$, где μ – магнитная проницаемость среды, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м $= 12{,}566 \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Объемная плотность энергии магнитного поля $\omega = \dfrac{HB}{2}$.

Магнитный поток (поток магнитной индукции) сквозь контур $\Phi = BS\cos\alpha$, где S – площадь поперечного сечения контура, α – угол между нормалью к плоскости контура и направлением магнитного поля.

Магнитный поток сквозь тороид

$$\Phi = \frac{\mu_0 \mu I N S}{l},$$

где N – общее число витков тороида, l – его длина, S – площадь поперечного сечения, μ – магнитная проницаемость материала сердечника, μ_0 – магнитная постоянная. Если тороид имеет воздушный зазор, то

$$\Phi = \frac{I N}{\dfrac{l_1}{S\mu_0\mu_1} + \dfrac{l_2}{S\mu_0\mu_2}},$$

где l_1 – длина железного сердечника, μ_1 – его магнитная проницаемость, l_2 – длина воздушного зазора, μ_2 – магнитная проницаемость воздуха.

На элемент dl проводника с током, находящийся в магнитном поле, действует сила Ампера $dF = BI\sin\alpha\, dl$, где α – угол между направлениями тока и магнитного поля.

На замкнутый контур с током, а также на магнитную стрелку в магнитном поле действует пара сил с вращающим моментом $M = pB\sin\alpha$, где p – магнитный момент контура с током (или магнитной стрелки), α – угол между направлением магнитного поля и нормалью к плоскости контура (или осью стрелки).

Магнитный момент контура с током $p = IS$, где S – площадь контура, так что $M = \dfrac{B}{S}\sin\alpha$.

Два параллельных бесконечно длинных прямолинейных проводника с токами I_1 и I_2 взаимодействуют между собой с силой

$$F = \mu_0\mu \frac{I_1 I_2 l}{2\pi d},$$

где l – длина участка проводников, d – расстояние между ними.

Работа перемещения проводника с током в магнитном поле $dA = I\,d\Phi$, где $d\Phi$ – магнитный поток, пересеченный проводником при его движении.

Сила, действующая на заряженную частицу, движущуюся со скоростью υ в магнитном поле, определяется формулой Лоренца $F = qB\upsilon\sin\alpha$, где q – заряд частицы, α – угол между направлениями скорости частицы и магнитного поля.

При протекании тока I вдоль проводящей пластины, помещенной перпендикулярно к магнитному полю, возникает поперечная разность потенциалов

$$U = R\frac{IB}{\alpha} = \frac{IB}{nea},$$

где a – толщина пластины, B – индукция магнитного поля, $R = \frac{1}{ne}$ – постоянная Холла, обратная концентрации n носителей тока и их заряду e.

Зная постоянную Холла R и удельную проводимость материала $\sigma = \frac{1}{\rho} = neu$, можно найти подвижность носителей тока u.

Явление электромагнитной индукции заключается в появлении в контуре э.д.с. индукции при всяком изменении магнитного потока Ф сквозь поверхность, охватываемую контуром. Электродвижущая сила индукции определяется уравнением:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Изменение магнитного потока может достигаться изменением тока в самом контуре (явление самоиндукции). При этом э.д.с. самоиндукции определяется формулой

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt},$$

где L – индуктивность контура.

Индуктивность соленоида $L = \mu_0 \mu\ n^2\ l\ S$, где l – длина соленоида, S – площадь его поперечного сечения, n – число витков на единицу его длины.

Вследствие явления самоиндукции при выключении э.д.с. ток в цепи спадает по закону

$$I = I_0 exp\left(-\frac{R}{L}t\right),$$

а при включении э.д.с. ток нарастает по закону

$$I = I_0\left[1 - exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right],$$

где R – сопротивление цепи.

Магнитная энергия контура с током $W = \frac{LI^2}{2}$.

Изменение магнитного потока может достигаться также изменением тока в соседнем контуре (явление взаимной индукции). При этом индуцируемая э.д.с.

$$\varepsilon = -L_{12}\frac{dI}{dt},$$

где L_{12} – взаимная индуктивность контуров. Взаимная индуктивность двух соленоидов, пронизываемых общим магнитным потоком, $L_{12} = \mu_0 \mu n_1 n_2 S l$, где n_1 и n_2 – числа витков на единицу длины этих соленоидов.

Количество электричества, прошедшего через поперечное сечение проводника при возникновении в нем индукционного тока

$$d q = -\frac{1}{R} d \Phi .$$

Гармоническое колебательное движение и волны

Уравнение гармонического колебательного движения имеет вид

$$x = A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right) = A \sin (2\pi \nu t + \varphi) = A \sin (\omega t + \varphi) ,$$

где x – смещение точки от положения равновесия, разное для разных моментов времени, A – амплитуда, T – период, φ – начальная фаза, ν [Гц] = $\frac{1}{T}$ – частота колебаний, ω [с $^{-1}$] = $2\frac{\pi}{T}$ – круговая частота.

Скорость и ускорение точки, совершающий колебание, определяется соотношениями

$$\upsilon = \frac{d x}{d t} = \frac{2\pi}{T} A \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right),$$

$$a = \frac{d \upsilon}{d t} = \frac{d^2 x}{d t^2} = -\frac{4\pi^2}{T^2} A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right).$$

Сила, под действием которой точка массой m совершает гармоническое колебание,

$$F = m a = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} A \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right) = -\frac{4\pi^2 m}{T^2 x} = -k x ,$$

где $k = 4 \pi^2 m / T^2$, т.е. $T = 2 \pi \sqrt{m/k}$. Здесь T – период колебаний точки, совершающей колебания под действием силы $F = -k x$, где k – жесткость, численно равная силе, вызывающей смещение, равное единице.

Кинетическая и потенциальная энергия колеблющейся точки имеет вид

$$W_k = \frac{m \upsilon^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right),$$

$$W_p = \frac{k x^2}{2} = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right).$$

Полная энергия

$$W = \frac{2\pi^2 m}{T^2} A^2 .$$

Примером гармонических колебательных движений могут служить малые колебания маятника. Период колебаний математического маятника равен $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, где l – длина маятника, g – ускорение свободного падения.

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода получается гармоническое колебание того же периода с амплитудой

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

и с начальной фазой, определяемой из уравнения

$$tg\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2},$$

где A_1 и A_2 –амплитуды слагаемых колебаний, φ_1 и φ_2 – их начальные фазы.

При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинакового периода уравнение траектории результирующего движения имеет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Если на материальную точку массой m, кроме упругой силы $F = -k\,x$, действует еще сила трения $F_{тр} = r\,\upsilon$, где r – коэффициент трения и υ – скорость колеблющейся точки, то колебания точки будут затухающими. Уравнение затухающего колебательного движения имеет вид $x = A\,e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi)$, где β [$с^{-1}$] – коэффициент затухания. При этом $\beta = r / 2m$ и $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, где ω_0 – круговая частота собственных колебаний. Величина $\lambda = \beta\,T$ называется логарифмическим декрементом затухания.

Если на материальную точку массой m, колебание которой дано в виде $x = A\,e^{-\beta t} \sin \omega_0 t$, действует внешняя периодическая сила $F = F_0 \sin \omega t$, то колебания точки будут вынужденными и уравнение ее движения примет вид

$x_2 = A \sin(\omega t + \varphi)$, где

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \quad tg\,\varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Резонанс наступает тогда, когда частота вынужденных колебаний ω связана с частотой собственных колебаний ω_0 и коэффициентом затухания β соотношением $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$.

При распространении незатухающих колебаний со скоростью c вдоль некоторого направления, называемого лучом, смещение любой точки, лежащей на луче и отстоящей от источника колебаний на расстоянии l, дается уравнением

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi l}{\lambda}\right),$$

где A – амплитуда колеблющихся точек, λ – длина волны. При этом $\lambda = c\,T$. Две точки, лежащие на луче на расстояниях l_1 и l_2 от источника колебаний, имеют разность фаз

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi\frac{l_2 - l_1}{\lambda}.$$

При интерференции волн максимум и минимум амплитуды получаются соответственно при условиях

$$l_2 - l_1 = 2\,n\frac{\lambda}{2} \qquad (n = 0, 1, 2, ...),$$

$$l_2 - l_1 = (2\,n + 1)\frac{\lambda}{2} \qquad (n = 0, 1, 2, ...).$$

Здесь $l_2 - l_1$ – разность хода лучей.

Акустика

Скорость распространения акустических колебаний в некоторой среде определяется формулой $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, где E – модуль Юнга среды, ρ – плотность среды. В газах скорость распространения $c = \sqrt{\gamma\,R\,T\,/\,M}$, где M – молярная масса газа, T – термодинамическая температура газа, R – газовая постоянная, $\gamma = C_p/C_v$ (C_v – теплоемкость газа при постоянном давлении и C_v – теплоемкость газа при постоянном объеме).

Уровень звукового давления L_p (в децибелах) связан с амплитудой звукового давления p соотношением

$$L_p = 20\ \lg\frac{p}{p_0},$$

где p_0 – амплитуда звукового давления при нулевом уровне громкости. Уровень громкости L_1 (в фонах) связан с интенсивностью звука соотношением

$$L_I = 10\lg\frac{I}{I_0},$$

где I_0 – порог слышимости (нулевой уровень громкости) звука. Условно принимается, что $I_0 = 10^{-12}$ Вт / м ^{2} и $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Па.

По принципу Допплера частота звука, воспринимаемая наблюдателем, определяется формулой

$$\nu' = \frac{c + \upsilon}{c - u}\nu,$$

где ν – частота звука, посылаемая источником звука, u – скорость движения источника звука, υ – скорость движения наблюдателя, c – скорость распространения звука. Скорость $\upsilon > 0$, если наблюдатель движется по направлению к источнику звука; скорость $u > 0$, если источник звука движется к наблюдателю.

Частота основного тона струны определяется формулой

$$\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho S}},$$

где l – длина струны, F – сила ее натяжения, S – площадь ее поперечного сечения, ρ – плотность материала среды.

Единицы акустических величин

Производные акустические единицы СИ приведены в табл. 6, в табл. 7 даны акустические единицы СГС.

Таблица 6

Величина	Единица			Размерность величины
	определение	наименование	обозначение	
Звуковое давление	$p = F / S$	паскаль	Па	$L^{-1}MT^{-2}$
Плотность звуковой энергии	$\omega = W / V$	джоуль на кубический метр	Дж/м^3	$L^{-1}MT^{-2}$
Звуковая мощность	$P = W / t$	ватт	Вт	$L^{2}MT^{-3}$
Интенсивность звука	$I = W / S\,t$	ватт на квадратный метр	Вт/м^2	MT^{-3}

Таблица 7

Величина	Единица и ее связь с единицами СИ
Звуковое давление	1 дин / см^2 = 0,1 Па
Плотность звуковой энергии	1 эрг / см^3 = 0,1 Дж / м^3
Звуковая мощность	1 эрг / с = 10^{-7} Вт
Интенсивность звука	1 эрг / (с · см^2) = 10^{-3} Вт / м^2

Электромагнитные колебания и волны

Период T электромагнитных колебаний в контуре, состоящем из емкости C, индуктивности L и сопротивления R, определяется формулой

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{1/LC - (R/2L)^2}}.$$

Если сопротивление R контура настолько мало, что $(R\ /\ 2L)^2 << 1/LC$, то период колебаний $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Если сопротивление контура R не равно нулю, то колебания будут затухающими. При этом разность потенциалов на обкладках конденсатора меняется со временем по закону $U = U_0\, e^{-\beta\, t} \cos \omega\, t$, если время отсчитывать от момента, соответствующего наибольшей разности потенциалов на обкладках конденсатора. Здесь $\beta = \frac{R}{2L}$ – коэффициент затухания. Величина $\lambda = \beta T$ называется логарифмическим декрементом затухания. Если $\beta = 0$, то колебания будут незатухающими, и тогда можно записать $U = U_0 \cos \omega\, t$. Если время отсчитывать от момента, когда разность потенциалов на обкладках конденсатора равна нулю, то будет справедливым соотношение $U = U_0 \sin \omega\, t$.

Закон Ома для переменного тока записывается в виде

$$I_{Д} = \frac{U_{Д}}{Z},$$

где $I_д$ и $U_д$ – действующие значения тока и напряжения, связанные с их амплитудными значениями I_0 и U_0 соотношениями $I_д = I_0 / \sqrt{2}$, $U_д = U_0 / \sqrt{2}$, а Z – полное сопротивление цепи. Если цепь содержит сопротивление R, емкость C и индуктивность L, соединенные последовательно, то

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}.$$

При этом сдвиг фаз между напряжением и током определяется формулой

$$tg\, \varphi = \frac{\omega L = 1/\omega C}{R}.$$

Катушка, обладающая активным сопротивлением R и индуктивностью L, в цепи переменного тока соответствует последовательно включенным R и L. Конденсатор с утечкой, т.е. конденсатор, обладающий емкостью C и сопротивлением R, соответствует параллельно включенным R и C.

Мощность переменного тока $R = I_д\, U_д \cos \varphi$.

Примеры решения задач

1. Вычислить напряженность магнитного поля, создаваемого отрезком AB прямолинейного проводника с током, в точке C, расположенной на перпендикуляре к середине этого отрезка на расстоянии 5 см от него. По проводнику течет ток 20 А. Отрезок AB проводника виден из точки C под углом 60^0.

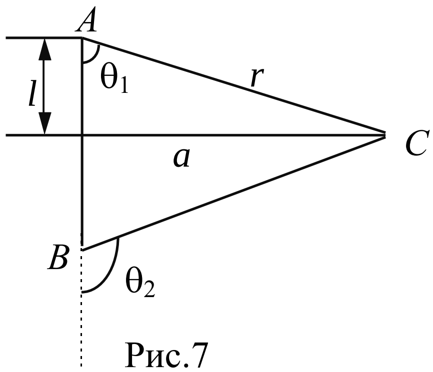

Рис.7

Решение. Напряженность магнитного поля в точке C будет равна (см. рис.7)

$$H = \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{I \sin\theta dl}{4\pi r^2}.$$

Но $l = actg\theta$ и $dl = -\frac{ad\theta}{\sin^2\theta}$. Далее $r = \frac{a}{\sin\theta}$. Следовательно,

$$H = -\frac{I}{4\pi a}\int_{\theta_2}^{\theta_1} \sin\theta d\theta = \frac{I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2).$$

По условию, I = 20 А, $a = 5\cdot10^{-2}$ м, $\theta_1 = 60^0$, $\theta_2 = 180^0 - 60^0 = 120^0$. Подставляя эти данные, получим H = 31,8 А/м.

2. Длина железного сердечника тороида l_2 = 1 м, длина воздушного зазора l_1 = 3 мм. Число витков в обмотке тороида N = 2000. Найти напряженность магнитного поля H_1 в воздушном зазоре при силе тока I = 1 А в обмотке тороида.

Решение. Магнитная индукция одинакова в сердечнике и в воздушном зазоре, т. е.

$$B_2 = B_1 = \frac{\Phi}{S} = \frac{IN\mu_0}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_2}{\mu_2}}.$$

Так как $B_2 = \mu_0\mu_2 H_2$, имеем

$$B_1\frac{l_1}{\mu_1} + \mu_0 H_2 l_2 = IN\mu_0.$$

Последнее уравнение – это уравнение прямой линии в координатных осях (H, B). Но величины H и B, связаны еще графиком $B = f(H)$. Ордината точки пересечения прямой и кривой, соответствующей зависимости $B = f(H)$, дает значение магнитной индукции $B_2 = B_1$. Для построения прямой находим: при H=0

$$B = \frac{IN\mu_0\mu_1}{l_1} = 0{,}84\,\text{Тл};$$

при B = 0

$$H = \frac{IN}{l_2} = 2000\,\text{А / м}.$$

Искомая точка пересечения дает $B_2 = B_1 = 0{,}78$ Тл. Тогда для воздушного зазора $H_1 = \dfrac{B_1}{\mu_0\mu_1} = 6{,}2\cdot 10^5$ А/м.

3. Требуется построить электромагнит, дающий индукцию магнитного поля в межполюсном пространстве, равную 1,4 Тл. Длина железного сердечника 40 см, длина межполюсного пространства 1 см, диаметр сердечника 5 см. Найти: 1) какую э.д.с. надо взять для питания обмотки электромагнита, чтобы получить требуемое магнитное поле, если в распоряжении имеется медная проволока площадью поперечного сечения в 1 мм^2; 2) какая будет при этом наименьшая толщина намотки, если считать, что предельная допустимая плотность тока 3 А/мм^2.

Решение. 1) Имеем $B = \dfrac{IN\mu_0}{l_1/\mu_1 + l_2/\mu_2}$, отсюда необходимое число ампер-витков $IN = \dfrac{B}{\mu_0}(\dfrac{l_1}{\mu_1} + \dfrac{l_2}{\mu_2}) = \dfrac{Bl_1}{\mu_0\mu_1} + Hl_2$. Из кривой $B = f\,(H)$ находим, что значению B = 14 000 гс = 1,4 Тл соответствует значение H = 800 А/м. Следовательно, IN = 1,14·10^4 А в. Далее, $I = \dfrac{\varepsilon}{R} = \dfrac{\varepsilon S}{\rho\pi DN}$, откуда $\varepsilon = \dfrac{IN\rho\pi}{S} = 31$ В.

2) Так как диаметр проволоки $d = \sqrt{\dfrac{4S}{\pi}} = 1{,}13\cdot 10^{-3}$ м, то на протяжении длины соленоида поместится $N = \dfrac{40\cdot 10^{-2}}{1{,}13\cdot 10^{-3}} = 354$ витка. Так как $I = jS$ = 3 А, N = 3830 витков, то отсюда необходимое число слоев будет равно $\dfrac{3830}{354} \approx 11$ и так как диаметр проволоки равен 1,13·10^{-3} м, то 11 слоев займут толщину 1,2·10^{-2} м = 1,2 см.

4. На расстоянии 20 см от длинного прямолинейного вертикального провода на тонкой нити длиной 10^2 см и диаметром 0,1 мм висит короткая магнитная стрелка, магнитный момент которой равен 10^{-2} А·м^2. Стрелка находится в плоскости, проходящей через провод и нить. На какой угол повернется стрелка, если по проводу пустить ток силой 30 А? Модуль сдвига материала нити 600 кг/мм^2. Система экранирована от магнитного поля Земли.

Решение. Вращающий момент, действующий на магнитную стрелку, равен $M = pB\sin\alpha$, где p - магнитный момент стрелки и $B = \mu_0\mu H = \dfrac{I\mu_0\mu}{2\pi a}$ - индукция магнитного поля тока. Этот вращающий момент M вызывает поворот нити на угол $\varphi = \dfrac{2lM}{\pi G r^4}$, где l - длина нити, r - радиус нити и G – модуль сдвига материала нити. Так как $\sin\alpha = 1$, то $M = pB = p\dfrac{I\mu_0\mu}{2\pi a}$.

Тогда $\varphi = \frac{\mu_0 \mu I l p}{a \pi^2 G r^4}$. У нас I = 30 А, l = 0,1 м, $p = 10^{-2}$ А·м^2, a = 0,2 м, G = 600 кг/мм^2 = 5,9·10^9 Н/м^2 и r = 0,05 мм = 5·10^{-5} м. Подставляя эти данные, получим φ = 0,52 рад или φ = 30°.

5. Электрон, ускоренный разностью потенциалов U = 6 кВ, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^0$ к направлению поля и начинает двигаться по спирали. Индукция магнитного поля $B = 1{,}3 \cdot 10^{-2}$ Вб/м^2. Найти: 1) радиус витка спирали и 2) шаг спирали.

Решение. Скорость электрона, влетающего в магнитное поле, $V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$. Разложим скорость V на две составляющие: V_t - составляющую скорости, направленную вдоль силовых линий поля, и V_n - составляющую, направленную перпендикулярно к силовым линиям. Проекция пути электрона на плоскость, перпендикулярную к B, представляет собой окружность, радиус которой, равный искомому радиусу витка спирали, определится формулой

$$R = \frac{mV_n}{eB} = \frac{mV \sin\alpha}{eB},$$

где α - угол между направлением скорости электрона V и направлением поля. Так как период обращения электрона $T = \frac{2\pi R}{V \sin\alpha} = \frac{2\pi m}{eB}$, то отсюда шаг винтовой траектории электрона будет равен

$$l = V_t T == \frac{2\pi m V \cos\alpha}{eB}.$$

Подставляя числовые данные задачи, получим: 1) $R = 10^{-2}$ м = 1 см, 2) $l = 11 \cdot 10^{-2}$ м = 11 см.

6. В магнитном поле, индукция которого 0,5 Тл, вращается стержень длиной 1 м с постоянной угловой скоростью 20 рад/сек. Ось вращения проходит через конец стержня и параллельна силовым линиям магнитного поля. Найти э. д. с. индукции, возникающую на концах стержня.

Решение. При каждом обороте стержня магнитный поток, пересекаемый стержнем, равен $\Phi = BS = B\pi l^2$, где l - длина стержня. Если стержень делает ν об/сек, то $\varepsilon = B \pi l^2 \nu = B \pi l^2 \frac{\omega}{2\pi} = B l^2 \frac{\omega}{2}$, где ω – угловая скорость вращения. Подставляя числовые данные задачи, получим ε = 0,5 В.

7. В магнитном поле, индукция которого равна 0,1 Тл, помещена квадратная рамка из медной проволоки. Площадь поперечного сечения проволоки 1 мм^2, площадь рамки 25 см^2, нормаль к плоскости рамки направлена по силовым линиям поля. Какое количество электричество пройдет по контуру рамки при исчезновении магнитного поля?

Решение. Количество электричества, индуцируемое в рамке, равно

$$q=-\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2}d\Phi=-\frac{1}{R}(\Phi_2-\Phi_1),$$

где Φ_1 - поток магнитной индукции через рамку в ее первом положении и Φ_2 - поток магнитной индукции через рамку во втором положении. У нас Φ_2 =0, кроме того,

$$R=\frac{\rho l}{S_{n\text{р}}}=\frac{\rho 4a}{S_{n\text{р}}}=\frac{\rho 4\sqrt{S_p}}{S_{n\text{р}}}.$$

Здесь a - сторона рамки, $S_\text{р}$ - площадь рамки и $S_\text{пр}$ - площадь поперечного сечения проволоки. Так как $\Phi_1 = BS_\text{р}$, то окончательно $q=\frac{BS_\text{пр}\sqrt{S_p}}{4\rho}=0{,}074$ Кл.

8. Уравнение движения точки дано в виде $x=\sin\frac{\pi}{6}t$. Найти моменты времени, в которые достигаются максимальная скорость и максимальное ускорение.

Решение. Имеем по условию $x=\sin\frac{\pi}{6}t$. Отсюда скорость $V=\frac{dx}{dt}=\frac{\pi}{6}\cos(\frac{\pi}{6}t)$. Скорость будет максимальной при условии $\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)=1$, т. е. при условии $\frac{\pi}{6}t=n\pi$, где n = 0, 1, 2, ... Таким образом, максимальная скорость достигается в моменты времени t = 0, 6, 12 с, ... Ускорение будет максимальным при условии $\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)=1$, т. е. при условии $\frac{\pi}{6}t=(2n+1)\frac{\pi}{2}$.

Таким образом максимальное ускорение достигается в момент времени t = 3, 9, 15 с.

9. Шарик, подвешенный на нити длиной в 2 м, отклоняют на угол 4^0 и наблюдают его колебания. Полагая колебания незатухающими гармоническими, найти скорость шарика при прохождении им положения равновесия. Проверить полученное решение, найдя скорость шарика при прохождении им положения равновесия из уравнений механики.

Решение. Период колебаний шарика $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}=2{,}8$с. Амплитуда колебаний при малых отклонениях от положения равновесия может быть найдена следующим образом: A = l $\sin\alpha$ = $2\cdot 0{,}0698$ м $\cong$ 0,14 м. Тогда уравнение движения шарика напишется так: $x=A\sin(\frac{2\pi}{T}t)=0{,}14\sin\frac{2\pi t}{2{,}8}$ м, если время отсчитывать от положения равновесия. При прохождении шариком положения равновесия его скорость будет достигать наибольшего значения. Так как $V = \frac{0,14 \cdot 2\pi}{2,8}\cos\frac{2\pi t}{2,8}$ м/с, то $V_{\max} = \frac{0,14 \cdot 2\pi}{2,8} =$ 0,31 м/с. Эту же скорость мы можем найти из соотношения $mgh = \frac{mV^2}{2}$, где h - высота поднятия шарика. Отсюда $V = \sqrt{2gh}$. Нетрудно видеть, что $h = l(1 - \cos\alpha)$, где l - длина нити. Тогда $V = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} = 0,31$ м/с. При больших отклонениях маятника от положения равновесия колебания маятника уже не будут гармоническими.

10. К пружине подвешена чашка весов с гирями. При этом период вертикальных колебаний равен 0,5 с. После того как на чашку весов положили еще добавочные гири, период вертикальных колебаний стал равен 0,6 с. На сколько удлинилась пружина от прибавления этого добавочного груза?

Решение. Имеем $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ или $T_1^2 = 4\pi^2\frac{m}{k}$.После добавления груза Δm будем иметь $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m+\Delta m}{k}}$ или $T_2^2 = 4\pi^2\frac{m+\Delta m}{k}$. Вычитая, получим $T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2\frac{\Delta m}{k}$. Но $k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{\Delta mg}{\Delta l}$, где F – сила, вызывающая удлинение пружины $\Delta\ l$. Таким образом, $T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2\frac{\Delta l}{g}$, или $\Delta l = \frac{g}{4\pi^2}(T_2^2 - T_1^2)$. Подставляя числовые данные задачи, получим $\Delta l = 2,7 \cdot 10^{-2}$ м = 2,7 см.

11. Ареометр массой m = 2 кг плавает в жидкости. Если погрузить его немного в жидкость и отпустить, то он начнет совершать колебания с периодом T = 3,4 с. Считая колебания незатухающими, найти по данным этого опыта плотность жидкости ρ, в которой плавает ареометр. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра равен d = 1 см.

Решение. На плавающий ареометр действует сила тяжести (вниз) и сила Архимеда (вверх). Поэтому в равновесии $mg = \rho g(V + Sh)$, где $(V + Sh)$ - часть объема ареометра, находящаяся в жидкости. Если погрузить ареометр на глубину x, то результирующая выталкивающая сила будет равна

$$F = \rho g[V + S(h+x)] - P = \rho g[V + S(h+x)] - \rho g(V + Sh) = \rho gSx = kx,$$

где $k = \rho gS$. Тогда, так как $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, то $T = \frac{4}{d}\sqrt{\frac{m\pi}{\rho g}}$, откуда

$\rho = \frac{16\pi m}{T^2 d^2 g} = 890$ кг/м^3.

12. Написать уравнение результирующего колебания, получающегося в результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний с одинаковой частотой $\nu_1 = \nu_2 = 5$ Гц и начальной фазой $\varphi_1 = \varphi_2 = 60^0$.

Амплитуда одного из колебаний равна A_1 = 0,10 м, амплитуда другого A_2 = 0,05 м.

Решение. При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинакового периода уравнение траектории результирующего колебания имеет вид:

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)=\sin^2(\varphi_2-\varphi_1).$$

Так как у нас (φ_2 - φ_1) = о, то уравнение примет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}=0 \quad \text{или} \quad \left(\frac{x}{A_1}-\frac{y}{A_2}\right)^2=0,$$

откуда $y=\frac{A_2}{A_1}x$ - уравнение прямой линии. Таким образом, результирующее колебание будет происходить по прямой линии. Угол наклона прямой найдется из уравнения $\mathrm{tg}\alpha=\frac{A_2}{A_1}=0{,}5$, откуда α = $26^0 34'$. Период результирующего колебания равен периоду слагаемых колебаний, а амплитуда результирующего колебания $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2}=0{,}112$ м. Следовательно, уравнение результирующего колебания имеет вид $s=0{,}112\sin\left(10\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$ м.

13. Тело массой *m* = 10 *г* совершает затухающие колебания с максимальным значением амплитуды 7 см, начальной фазой, равной нулю, и коэффициентом затухания, равным 1,6 сек$^{-1}$. На это тело начала действовать внешняя периодическая сила, под действием которой установились вынужденные колебания. Уравнение вынужденных колебаний имеет вид $x=5\sin(10\pi t-0{,}75\pi)$ см. Найти: 1) уравнение (с числовыми коэффициентами) собственных колебаний, 2) уравнение (с числовыми коэффициентами) внешней периодической силы.

Решение. 1) Уравнение собственных колебаний имеет вид:

$$x=A_0e^{-\delta t}\sin\omega_0 t.$$

Найдем ω_0. По условию, сдвиг фаз между собственными и вынужденными колебаниями равен – 0,75 π, следовательно,

$$\mathrm{tg}\varphi=\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}=\mathrm{tg}(-0{,}75\pi)=1.$$

Отсюда $\omega_0=\sqrt{\omega^2+2\delta\omega}$. У нас ω = 10π и δ = 1,6 сек $^{-1}$. Подставляя эти значения, получим ω_0 = 33 = 10,5 π, и тогда уравнение собственных колебаний примет вид: $x=7e^{-1{,}6t}\sin 10{,}5\pi t$.

2) Уравнение внешней периодической силы имеет вид $F=F_0\sin\omega t$.

Найдем максимальное значение внешней периодической силы F_0.

Имеем $F_0 = Am\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}$.

Подставляя числовые данные в эту формулу, получим $F_0 \cong 7{,}2 \cdot 10^{-2}$ Н, и тогда уравнение внешней периодической силы будет иметь вид:

$$F = 7{,}2 \times 10^{-2} \sin 10\pi t \text{ Н.}$$

14. Уравнение незатухающих колебаний дано в виде $x = 10 \sin 0{,}5\pi t$ см. 1) Найти уравнение волны, если скорость распространения колебаний 300 м/с. 2) Написать и изобразить графически уравнение колебания для точки, отстоящей на расстоянии 600 м от источника колебаний. 3) Написать и изобразить графически уравнение колебания для точек волны в момент t = 4 с после начала колебаний.

Решение. 1) Уравнение волны в нашем случае имеет вид

$$x = 10 \sin\left(0{,}5\pi t - \frac{\pi l}{6 \cdot 10^4}\right) \text{ см.}$$

Таким образом, $x=f\ (t,\ l)$, т. е. смещение точек, лежащих на луче, зависит от времени t и расстояния l точки до источника колебаний.

2) Для точки, отстоящей от источника колебаний на 600 м, уравнение волны примет вид $x = 10 \sin (0{,}5\ \pi\ t - \pi)$ см, т. е. при $l = \text{const}$ мы получим $x = f_1\ (t)$ – смещение фиксированной точки, лежащей на луче, меняется со временем.

3) При $t = 4$ с уравнение волны примет вид $x = 10 \sin\left(2\pi - \frac{\pi l}{6 \cdot 10^4}\right)$ см. В этом случае $t = \text{const}$ и $x = f_2\ (l)$ – различные точки, лежащие на луче, имеют различное смещение в данный момент времени.

15. При образовании стоячей волны в трубке Кундта в воздушном столбе наблюдалось 6 пучностей. Какова была длина воздушного столба, если стальной стержень закреплен: 1) посередине, 2) в конце? Длина стержня 1 м. Скорость звука в стали 5250 м/с и скорость звука в воздухе 343 м/с.

Решение. При возбуждении колебаний в стальном стержне в нем установится стоячая волна с узлами в точках зажима и пучностями на свободных концах. В стоячей волне воздушного столба расстояние между соседними пучностями равно половине длины возбужденной звуковой волны. Отмечая все величины, относящиеся к стальному стержню, индексом 1, а величины, относящиеся к воздушному столбу, индексом 2, будем иметь $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2}$. Искомая длина l_2 воздушного столба, на основании сказанного, найдется из условия $n\frac{\lambda_2}{2} = l_2$, где n – число пучностей. Решая совместно, имеем $l_2 = \frac{n\lambda_1 c_2}{2c_1}$. Тогда: 1) $\lambda_1 = 2\ l_1$ и $l_2 = 0{,}392$ м; 2) $\lambda_1 = 4\ l_1$ и $l_2 = 0{,}784$ м.

16. Струна, натянутая силой в 150 Н, дает с камертоном 8 биений в секунду. После того, как эту струну натянули силой в 160 Н, она стала настроена с камертоном в унисон. Найти число колебаний камертона.

Решение. Имеем $\dfrac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\dfrac{F_1}{F_2}} = \sqrt{\dfrac{150}{160}}$, при этом $\nu_2 - \nu_1 = 8$ с$^{-1}$.Решая совместно, получим $\nu_2 = 252$ Гц.

17. Найти частоту основного тона: 1) открытой трубы, 2) закрытой трубы.

Решение. 1) В открытой трубе образуется стоячая звуковая волна с пучностями на обоих концах. Очевидно, в этом случае на длине трубы l может уместиться n полуволн, где n = 1, 2, 3, ... , т. е. $l = n\dfrac{\lambda}{2}$. Тогда частота звуковой волны $\nu = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{nc}{2l}$. При n = 1 получим частоту основного тона $\nu = \dfrac{c}{2l}$.

2) В закрытой трубе стоячая волна имеет узел на одном конце и пучность на другом. Очевидно, в этом случае $l = n\dfrac{\lambda}{4}$ и $\nu = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{nc}{4l}$. При n = 1 получим частоту основного тона $\nu = \dfrac{c}{4l}$.

18. Чему равно отношение энергии магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля для момента времени $\dfrac{T}{8}$ с?

Решение. Имеем $U = U_0 \cos\omega t$ и $I = C\dfrac{dU}{dt} = -CU_0\omega\sin\omega t$.

Следовательно,

$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2}LC^2U_0^2\omega^2\sin^2\omega t, \qquad W_{\text{эл}} = \frac{CU^2}{2} = \frac{1}{2}CU_0^2\cos^2\omega\, t.$$

Отсюда

$$\frac{W_{\text{м}}}{W_{\text{эл}}} = \frac{LC\omega^2\sin^2\omega t}{\cos^2\omega t} = LC\omega^2\text{tg}^2\omega t.$$

При $t = \dfrac{T}{8}$ величины $\sin\omega t = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ и $\cos\omega t = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Кроме того, так как $LC = \dfrac{T^2}{4\pi^2} = \dfrac{1}{\omega^2}$, то окончательно $\dfrac{W_{\text{м}}}{W_{\text{эл}}} = \dfrac{\sin^2\omega t}{\cos^2\omega t} = 1$.

19. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 0,2 мкФ и катушки индуктивностью $5{,}07\cdot10^{-3}$ Гн. 1) При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора за 10^{-3} с уменьшится в три раза? 2) Чему при этом равно сопротивление контура?

Решение. 1) Полагая активное сопротивление достаточно малым, находим период колебаний по формуле $T = 2\pi\sqrt{LC} = 2 \cdot 10^{-4}$ с. Далее имеем $U_1 = U_0 e^{-\frac{xt}{T}}$, откуда $\frac{xt}{T} = \ln\frac{U_0}{U_1}$. По условию, при t = 10^{-3} сек отношение $\frac{U_0}{U_1} = 3$.

Следовательно, $x = \dfrac{T\ln\dfrac{U_0}{U_1}}{t} = \dfrac{\ln 3 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{10^{-3}} = 0{,}22$.

2) R = 11,1 Ом. Нетрудно убедиться, что это значение R удовлетворяет условию применимости формулы $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Ток в 20 А идет по длинному проводнику, согнутому под прямым углом. Найти напряженность магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии 10 см. (Ответ: H = 77,3 А/м.)

2. Длина железного сердечника тороида равна 50 см, длина воздушного промежутка времени 2 мм. Число ампер-витков в обмотке тороида равно 2000. Во сколько раз уменьшится напряженность магнитного поля в воздушном зазоре, если при том же количестве ампер-витков увеличить длину воздушного зазора вдвое? (Ответ: в 1,9 раза.)

3. Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле, индукция которого равна 1Тл. По проводу длиной в 70 см, помещенному перпендикулярно силовым линиям, течет ток силой 70 А. Найти силу, действующую на провод. (Ответ: F = 4,9 Н.)

4. Катушка гальванометра, состоящая из 600 витков проволоки, подвешена на нити длиной в 10 см и диаметром 0,1 мм в магнитном поле напряженностью в $16 \cdot 10^4$ А/м так, что ее плоскость параллельна направлению магнитного поля. Длина рамки катушки a = 2,2 см и ширина b = 1,9 см. Какой ток течет по обмотке катушки, если катушка повернулась на угол, равный $0{,}5^0$? Модуль сдвига материала нити 6000 Н/мм^2. (Ответ: $I = 10^{-7}$ А.)

5. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $V_0 = 10^7$ м/с. Длина конденсатора l = 5 см; напряженность электрического поля конденсатора E = 100 В/см. При вылете из конденсатора электрон попадает в магнитное поле, силовые линии которого перпендикулярны силовым линиям электрического поля. Индукция магнитного $B = 10^{-2}$ Тл. Найти: 1) радиус винтовой траектории электрона в магнитном поле и 2) шаг винтовой траектории электрона. (Ответ: 1) R = 5 мм; 2) l = 3,6 см.)

6. В однородном магнитном поле, индукция которого равна 1 Тл, равномерно вращается катушка, состоящая из 100 витков проволоки. Катушка делает 5 об/с. Площадь поперечного сечения катушки 100 см^2. Ось вращения перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Найти максимальную э. д. с. индукции во вращающейся катушке. (Ответ: E_{max} = 3,14 В.)

7. В магнитном поле, индукция которого равна 0,5 Тл, помещена катушка, состоящая из 200 витков проволоки. Сопротивление катушки 40 Ом, площадь ее поперечного сечения 12 см^2. Катушка помещена так, что ее ось составляет 60^0 с направлением магнитного поля. Какое количество электричества протечет по катушке при исчезновении магнитного поля? (Ответ: $q = 1{,}5\cdot10^{-4}$ Кл.)

8. Начальная фаза гармонического колебания равна нулю. При смещении точки от положения равновесия, равном 2,4 см, скорость точки равна 3 см/с, а при смещении, равном 2,8 см, скорость равна 2 см/с. Найти амплитуду и период колебания. (Ответ: $A = 3{,}1\cdot10^{-2}$ м, $T = 4{,}1$ с.)

9. К пружине подвешен груз 98 Н. Зная, что пружина под влиянием силы в 9,8 Н растягивается на 1,5 см, определить период вертикальных колебаний груза. (Ответ: 0,78 с.)

10. К пружине подвешен груз. Зная, что максимальная кинетическая энергия колебаний груза равна 1 Дж, найти коэффициент деформации пружины. Амплитуда колебаний 5 см. (Ответ: k = 805 Н/м.)

11. Написать уравнение движения, получающегося в результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебательных движений с одинаковым периодом 8 с и одинаковой амплитудой 0,02 м. Разность фаз между этими колебаниями равна $\frac{\pi}{4}$. Начальная фаза одного из этих колебаний равна нулю. (Ответ: $x = 3{,}7\cdot10^{-2}\sin\left(\frac{\pi t}{4}+\frac{\pi}{8}\right)$ м).

12. Точка участвует в двух колебаниях одинакового периода с одинаковыми начальными фазами. Амплитуда колебаний A_1 = 3 см и A_2 = 4 см. Найти амплитуду результирующего колебания, если: 1) колебания совершаются в одном направлении, 2) колебания взаимно перпендикулярны. (Ответ: 1) 7 см; 2) 5 см.)

13. По грунтовой дороге прошел трактор, оставив следы в виде ряда углублений, находящихся на расстоянии 30 см друг от друга. По этой дороге покатили детскую коляску, имеющую две одинаковые рессоры, каждая из которых прогибается на 2 см под действием груза в 9,8 Н. С какой скоростью катили коляску, если от толчков на углублениях она, попав в резонанс, начала сильно раскачиваться? Вес коляски 98 Н. (Ответ: V = 1,7 км/ч.)

14. Найти положение узлов и пучностей и начертить график стоячей волны для двух случаев: 1) отражение происходит от менее плотной среды, 2) отражение происходит от более плотной среды. Длина бегущей волны 12 см. (Ответ: 1) Положение узлов определяется координатами x = 3, 9, 15, ... см

и положение пучностей - координатами x = 0, 6, 12, 18, ... см. 2) Положение узлов x = 0, 6, 12, 18, ... см, положение пучностей x = 3, 9, 15, ... см.)

15. Конденсатор емкостью в 1 мкФ и реостат с активным сопротивлением в 3000 Ом включены в цепь переменного тока частотой 50 Гц. Индуктивность реостата ничтожно мала. Найти полное сопротивление цепи, если конденсатор и реостат включены: 1) последовательно и 2) параллельно. (Ответ: 1) Z = 4380 Ом; 2) Z = 2180 Ом)

16. Найти частоту основного тока струны, натянутой силой $F = 6 \cdot 10^3$ Н. Длина струны l = 0,8 м, ее масса m = 0,03 кг. (Ответ: ν = 250 Гц.)

17. Закрытая труба издает основной тон «До», соответствующий частоте 130,5 Гц. Трубу открыли. Какой основной тон она издает теперь? Какова длина трубы? Скорость звука в воздухе принять равной 340 м/с. (Ответ: ν = 261 Гц, l = 0,65 м.)

18. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью в 7 мкФ и катушки индуктивностью 0,23 Гн и сопротивлением 40 Ом. Конденсатор заряжен количеством электричества $5{,}6 \cdot 10^{-4}$ Кл. 1) Найти период колебаний контура. 2) Найти логарифмический декремент затухания колебаний. 3) Написать уравнение зависимости изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора от времени. 4) Найти значения разности потенциалов в моменты времени $\frac{T}{2}$, T, $\frac{3}{2}T$ и $2T$ с. 5) Построить график $U = f(t)$ в пределах двух периодов. (Ответ: 1) $T = 8 \cdot 10^{-3}$ с; 2) χ = 0,7; 3) $U = 80e^{-87t}\cos 250\pi t$ В; 4) U_1 = - 56,5 В, U_2 = 40 В, U_3 = - 28 В, U_4 = 20 В.)

19. Колебательный контур состоит из индуктивности в 10^{-2} Гн, емкости в 0,405 мкФ и сопротивления в 2 Ом. Найти, во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за время одного периода. (Ответ: в 1,04 раза.)

401. Проволочный виток радиусом R = 25 см расположен в плоскости магнитного меридиана. В центре установлена небольшая магнитная стрелка, способная вращаться вокруг вертикальной оси. На какой угол α отклонится стрелка, если по витку пустить ток силой I = 15 А? Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной B = 20 мкТл.

402. Магнитная стрелка помещена в центре кругового витка, плоскость которого расположена вертикально и составляет угол $\varphi = 30°$ с плоскостью магнитного меридиана. Радиус витка R = 20 см. Определить угол α, на который повернется магнитная стрелка, если по проводнику пойдет ток силой I = 25 А. (Дать два ответа. Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной B = 20 мкТл).

403. По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми d = 5 см, текут одинаковые токи I = 10 А. Определить индукцию

$\vec{B}$ и напряженность $\vec{H}$ магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние r = 5 см, если токи текут: а) в одинаковом, б) в противоположных направлениях.

404. Два бесконечно длинных прямых проводника скрещены под прямым углом. По проводникам текут токи силой I_1 = 100 А и I_2 = 50 А. Расстояние между проводниками d = 20 см. Определить индукцию $\vec{B}$ магнитного поля в точке, лежащей на середине общего перпендикуляра к проводникам.

405. Ток силой I = 50 А течет по проводнику, согнутому под прямым углом. Найти напряженность $\vec{H}$ магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии b = 20 см. Считать, что оба конца проводника находятся очень далеко от вершины угла.

406. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности H_1 = 50 А /м. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определить напряженность H_2 магнитного поля в точке пересечения диагоналей этого квадрата.

407. По контуру в виде равностороннего треугольника течет ток силой I = 50 А. Сторона треугольника a = 20 см. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке пересечения высот.

408. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами a = 8 см и b = 12 см, течет ток силой I = 50 А. Определить напряженность $\vec{H}$ и индук-цию $\vec{B}$ магнитного поля в точке пересечения диагоналей прямоугольника.

409. По двум параллельным проводам длиной l = 3 мм каждый текут одинаковые токи силой I = 500 А. Расстояние между проводниками d = 10 см. Определить силу $\vec{F}$ взаимодействия проводников.

410. По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии d = 20 см друг от друга, текут токи одинаковой силы I = 400 А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу F, действующую на единицу длины каждого провода.

411. Квадратная проволочная рама расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи силой I = 200 А. Определить силу F, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном ее длине.

412. Прямой провод длиной l = 40 см, по которому течет ток силой I = 100 А, движется в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,5 Тл. Какую работу A совершат силы, действующие на провод со стороны поля, переместив его на расстоянии s = 40 см, если направление перемещения перпендикулярно линиям индукции и проводу?

413. Напряженность H магнитного поля в центре кругового витка равна 500 А/м. Магнитный момент витка $p_m = 6\ А \cdot м^2$. Вычислить силу тока I в витке и радиус R витка.

414. Короткая катушка площадью поперечного сечения S = 250 см^2, содержащая N = 500 витков провода, по которому течет ток силой I = 5 А, помещена в однородное магнитное поле напряженностью H = 1000 А/м. Найти: 1) магнитный момент p_m катушки; 2) вращающий момент M, действующий на катушку, если ось катушки составляет угол φ = 30° с линиями поля.

415. Виток диаметром d = 10 см может вращаться около вертикальной оси, совпадающей с одним из диаметров витка. Виток установили в плоскости магнитного меридиана и пустили по нему ток силой I = 40 А. Какой вращающий момент M нужно приложить к витку, чтобы удержать его в начальном положении? Горизонтальную составляющую индукции магнитного поля Земли принять равной $B_г$ = 200 мкТл.

416. Виток радиусом R = 20 см, по которому течет ток силой I = 50 А, свободно установился в однородном магнитном поле напряженностью H = 10^3 А/м. Виток повернули относительно диаметра на угол φ = 30°. Определить совершенную работу A.

417. На оси контура с током, магнитный момент которого p_m = 0,2 А · м^2, находится другой такой же контур. Магнитный момент второго контура перпендикулярен оси. Вычислить механический момент M, действующий на второй контур. Расстояние между контурами r = 100 см. Размеры контуров малы по сравнению с расстоянием между ними.

418. Тонкий провод в виде кольца массой m = 5 г свободно подвешен на неупругой нити в однородном магнитном поле. По кольцу течет ток силой I = 6 А. Период T малых крутильных колебаний относительно вертикальной оси равен 2,2 с. Найти индукцию B магнитного поля.

419. Из тонкой проволоки массой m = 4 г изготовлена квадратная рамка. Рамка свободно подвешена на неупругой нити и по ней пропущен ток силой I = 8 А. Определить частоту ν малых колебаний рамки в магнитном поле с индукцией B = 20 мТл.

420. Тонкое кольцо радиусом R = 20 см несет равномерно распределенный заряд Q = 40 нКл. Кольцо вращается относительно оси, совпадающей с одним из диаметров кольца, с частотой n = 20 с$^{-1}$. Определить: 1) магнитный момент p_m, обусловленный вращением заряженного кольца; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса p_m / L, если кольцо имеет массу m = 10 г.

421. Диск радиусом R = 5 см несет равномерно распределенный по поверхности заряд Q = 0,1 мкКл. Диск равномерно вращается относительно оси, проходящей через его центр и перпендикулярной плоскости диска. Частота вращения n = 50 с$^{-1}$. Определить: 1) магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого диском; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса p_m / L, если масса диска m = 100 г.

422. По тонкому стержню длиной l = 40 см равномерно распределен заряд Q = 500 нКл. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью ω = 20 рад/с относительно оси, перпендикулярной стержню и

проходящей через его середину. Определить: 1) магнитный момент p_m, обусловленный вращением заряженного стержня; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса p_m / L, если стержень имеет массу , равную 10 г.

423. Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите некоторого радиуса. Найти отношение магнитного момента, эквивалентного кругового тока к моменту импульса орбитального движения электрона p_m / L. Заряд электрона и его массу считать известными. Указать на чертеже направление векторов $\vec{p}_m$ и $\vec{L}$.

424. Электрон в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра по окружности радиуса $r = 0{,}53 \cdot 10^{-8}$ см. Вычислить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока и механический момент M, действующий на круговой ток, если атом помещен в магнитное поле с индукцией $B = 0{,}4$ Тл, направленной параллельно плоскости орбиты электрона.

425. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл под углом $\alpha = 30°$ к направлению линии индукции. Определить силу Лоренца $\vec{F}_л$, если скорость частицы υ = 10,5 м /с.

426. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}01$ Тл. Определить момент импульса L, которым обладала частица при движении в магнитном поле, если радиус траектории частицы R равен 0,5 мм.

427. Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Определить силу $\vec{F}$, действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля $B = 0{,}2$ Тл, а радиус кривизны траектории $R = 0{,}2$ см.

428. Заряженная частица с кинетической энергией $T = 2$ кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 4$ мм. Определить силу Лоренца $\vec{F}_л$, действующую на частицу со стороны поля.

429. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле с напряженностью $H = 5 \cdot 10^3$ А / м. Определить частоту обращения n электрона.

430. Электрон движется в магнитном поле с индукцией $B = 4$ мТл по окружности радиусом $R = 0{,}8$ см. Какова кинетическая энергия T электрона?

431. Протон влетел в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 60°$ к направлению линий поля и движется по спирали, радиус которой $R = 2{,}5$ см. Индукция магнитного поля $B = 0{,}05$ Тл. Найти кинетическую энергию T протона.

432. Протон и α – частица, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус R_1 кривизны траектории протона больше радиуса R_2 кривизны траектории α – частицы?

433. Два иона с одинаковыми зарядами, пройдя одну и ту же ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Один ион, масса которого $m_1 = 12 \cdot 10^{-27}$кг. Описал дугу окружности радиусом $R_1 = 2$ см. Определить массу m_2 другого иона, который описал дугу окружности радиусом $R_2 = 2{,}31$ см.
434. Протон движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией $B = 2$ Тл. Определить силу I эквивалентного кругового тока, создаваемого движением протона.
435. Электрон движется в однородном магнитном поле индукцией $B = 10$ мТл по винтовой линии, радиус которой $R = 1{,}5$ см и шаг $h = 10$ см. Определить период T обращения электрона и его скорость υ.
436. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 2$ Тл движется α – частица. Траектория ее движения представляет собой винтовую линию с радиусом $R = 1$ см и шагом $h = 6$ см. Определить кинетическую энергию T протона.
437. Перпендикулярно магнитному полю напряженностью $H = 10^3$ А / м возбуждено электрическое поле напряженностью $E = 200$ В / см. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Определить скорость υ - частицы.
438. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 400$ В / м) магнитное ($B = 0{,}2$ Тл) поля. Определить ускоряющую разность потенциалов U, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории. Отношение заряда к массе частицы $e/m = 9{,}64 \cdot 10^7$ Кл / кг.
439. Плоский конденсатор, между пластинами которого создано электрическое поле напряженностью $E = 100$ В/м, помещен в магнитное поле так, что силовые линии полей взаимно перпендикулярны. Какова должна быть индукция B магнитного поля, чтобы электрон с начальной энергией $T = 4$ кэВ, влетевший с пространство между пластинами конденсатора перпендикулярно силовым линиям магнитного поля, не изменил направление скорости?
440. Перпендикулярно однородному магнитному полю ($B = 1$ мТл) возбуждено однородное электрическое поле ($E = 1$ кВ/м). Перпендикулярно обоим полям влетает α – частица со скоростью $\upsilon = 1$ Мм/с. Определить нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения α – частицы в момент вхождения ее в поле.
441. Плоский контур площадью $S = 20$ см^2 находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}03$ Тл. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\varphi = 60°$ с направлением линий индукций.

442. Магнитный поток Ф через сечение соленоида равен 50 мкВб. Длина соленоида l = 50 см. Найти магнитный момент p_m соленоида, если его витки плотно прилегают друг к другу.
443. В средней части соленоида, содержащего n = 8 витков / см, помещен круговой виток диаметром d = 4 см. Плоскость витка расположена под углом φ = 60° к оси соленоида. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий виток, если по обмотке соленоида течет ток силой I = 1А.
444. На длинный картонный каркас диаметром d = 5 см уложена однослойная обмотка (виток к витку) из проволоки диаметром d = 0,2А. Определить магнитный поток Ф, создаваемый таким соленоидом при силе тока I=0,5 А.
445. Квадратный контур со стороной a =10 см, в котором течет ток силой I =6А, находится в магнитном поле с индукцией B = 0,8 Тл под углом α = 50° к линиям индукции. Какую работу A нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму с квадрата на окружность?
446. Плоский контур с током силой I = 5 А свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,4 Тл. Площадь контура S = 200 см^2. Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол α = 40°. Определить совершенную при этом работу A.
447. Виток, в котором поддерживается постоянная сила тока I = 60 А, свободно установился в однородном магнитном поле (B = 20 мТл). Диаметр витка d = 10 см. Какую работу A нужно совершить для того, чтобы повернуть виток относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол $\alpha = \pi/3$?
448. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью S = 100 см^2. Поддерживая в контуре постоянную силу тока I = 50 А, его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить индукцию B магнитного поля, если при перемещении контура была совершена работа A = 0,4 Дж.
449. Рамка площадью S = 100 см^2 равномерно вращается с частотой n = 5 с$^{-1}$ относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям индукции однородного магнитного поля (B = 0,5 Тл). Определить среднее значение э.д.с. индукции $\langle \varepsilon_i \rangle$ за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения.
450. Рамка, содержащая N = 1000 витков площадью S = 100 см^2, равномерно вращается с частотой n = 10 с$^{-1}$ в магнитном поле напряженностью H = 10^4 А/м. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям напряженности. Определить максимальную э.д.с. индукции ε_{max}, возникающую в рамке.

451. По двум длинным параллельным проводам текут в одинаковых направлениях токи, причем $I_1 = 2\ I_2$. Расстояние между ними равно a . Определить положение точек, в которых магнитное поле равно нулю.
452. Тонкий диск из диэлектрика, радиус которого R = 90 см, равномерно заряжен количеством электричества q = 3 Кл. Диск вращается вокруг оси, проходящей через его центр и перпендикулярной плоскости диска, делая n = 180 об/мин. Определить магнитную индукцию в центре диска.
453. Взаимодействуют между собой прямой магнит и круговой ток. Контур с током расположен так, что центр его лежит на оси магнита, а нормаль к его плоскости составляет с осью магнита угол $\alpha = 30^{\circ}$. Расстояние между центрами витка и магнита r = 1 м. По контуру проходит ток I = 10 А. Площадь, обтекаемая током, S = 20 см^2. Магнитный момент магнита p_{m} = 1 А · м^2. Найти вращающий момент, действующий на контур с током (считать размеры магнита малыми по сравнению с расстоянием до витка).
454. По круговому контуру, охватывающему площадь S = 40 см^2, протекает ток I = 5 А. Определить поток магнитной индукции, создаваемый этим током, через площадь кольца, которое лежит в плоскости контура. Центр кольца совпадает с центром контура, внешний радиус кольца r_2 = 4 м и внутренний r_1 = 2 м.
455. По прямому горизонтально расположенному проводу проходит ток I_1 = 5 А. Под ним находится второй, параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток I_2 = 1 А. Расстояние между проводами d = 1 см. Какова должна бы быть площадь поперечного сечения второго провода, чтобы он находился в состоянии равновесия незакрепленным? Какое это будет равновесие?
456. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток I_1 = 3,14 А. Круговой виток расположен так, что плоскость витка параллельна прямому проводнику, а перпендикуляр, опущенный на него из центра витка, является нормалью и к плоскости витка. По витку проходит ток I_2 = 3 А. Расстояние от центра витка до прямого проводника d = 20 см. Радиус витка r = 30 см. Найти магнитную индукцию в центре витка.
457. По кольцу, масса которого m = 10 г и радиус R = 4,37 см, расположенному горизонтально, проходит ток I = 5 А. Кольцо свободно висит в магнитном поле. Определить градиент магнитного поля в месте расположения кольца.
458. Внутри соленоида, находящегося в вакууме и имеющего длину l = 50 см и число витков n = 300, находится металлическое кольцо, которое охватывает площадь S = 5 см^2. Сопротивление кольца R = 0,02 Ом. Плоскость кольца перпендикулярна оси соленоида. Ток в соленоиде нарастает по закону $I = k\ t$, где k =1 А/с. Как будут направлены силы, действующие на кольцо? Чему равна сила, действующая на единицу длины кольца через t = 5 с после включения тока?
459. Металлическое кольцо, охватывающее площадь S = 10 см^2, расположено внутри длинного соленоида, имеющего на каждом сантиметре n = 5 витков. Плоскость кольца перпендикулярна оси соленоида. Через соленоид

пропускают ток, меняющийся по закону $I = I_0 - k\,t$, где $I_0 = 10$ А, $k = 0{,}1$ А/с. Какой величины сила действует на каждую единицу длины кольца со стороны магнитного поля в момент времени $t = 1$ с, если сопротивление кольца $R = 10^{-3}$ Ом?

460. Математический маятник массой $m = 100$ г и длиной $l = 1$ м совершает гармонические колебания по закону $\alpha = 0{,}25 \sin 2\pi t$. Определить натяжение нити в момент времени $t = T/2$.

461. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение точки $x = 5$ см, скорость ее $\upsilon = 20$ см / с и ускорение $a = -80$ см / с^2. Найти циклическую частоту и период колебаний, фазу колебаний в рассматриваемый момент времени и амплитуду колебаний.

462. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид: $x = A \sin \omega t$, где $A = 5$ см; $\omega = 2$ с$^{-1}$. Найти момент времени (ближайший к началу отсчета), в который потенциальная энергия точки равна $\Pi = 10^{-4}$ Дж, а возвращающая сила $F = +\,5 \cdot 10^{-3}$ Н. Определить также фазу колебаний в этот момент времени.

463. Два гармонических колебания, направленных по одной прямой и имеющих одинаковые амплитуды, и периоды, складываются в одно колебание той же амплитуды. Найти разность фаз складываемых колебаний.

464. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $x = A_1 \cos \omega_1 t$ и $y = A_2 \cos \omega_2 (t + \tau)$, где $A_1 = 4$ см; $\omega_1 = \pi$ с$^{-1}$; $A_2 = 8$ см; $\omega_2 = \pi$ с$^{-1}$; $\tau = 1$ с. Найти уравнение траектории и начертить ее с соблюдением масштаба.

465. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $\upsilon = 15$ м / с. Период колебаний точек шнура $T = 1{,}2$ с. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях $x_1 = 20$ м и $x_2 = 30$ м.

466. Во сколько раз уменьшится полная энергия колебаний секундного маятника за 5 мин, если логарифмический декремент затухания 0,031?

467. Какова частота изменения амплитуды сложного колебания, полученного в результате сложения двух одинаково направленных колебаний с частотами 440 и 440,5 с$^{-1}$?

468. Определить минимальную частоту колебаний наклонной плоскости, при которой находящееся на ней тело начнет скользить. Угол наклона плоскости 10°, амплитуда колебаний 10 см, коэффициент трения тела о наклонную плоскость равен 0,4.

469. Стакан массой $m_1 = 20$ г и площадью поперечного сечения $S = 5$ см^2 содержит $m_2 = 80$ г ртути и плавает на поверхности воды. Под действием вертикальной силы система выводится из положения равновесия и отпускается. Определить период колебаний системы.

470. Найти частоту колебаний груза массой m = 0,2 кг, подвешенного на пружине и помещенного в масло, если коэффициент трения в масле r = 0,5 кг / с, а коэффициент упругости пружины k = 50 Н / м.
471. Стержень длиной l = 50 см совершает колебания около горизонтальной оси, проходящей через точку, которая расположена на расстоянии d = 12,5 см от конца стержня. Определить частоту колебаний стержня.
472. На концах стержня, масса которого m = 60 г и длина l = 49 см, укреплены два шарика массой m_1 = 70 г и m_2 = 90 г, и стержень подвешен так, что может совершать колебания около горизонтальной оси, проходящей через его середину. Определить период малых колебаний стержня.
473. К потолку лифта подвешен стержень за один конец так, что может совершать колебания. Длина стержня 50 см. Определить период колебаний стержня, если лифт движется с ускорением 1,2 м / с^2.
474. Определить амплитуду вынужденных колебаний груза массой 0,2 кг, подвешенного на пружине с коэффициентом жесткости 20 Н / м, если действует вынуждающая сила амплитудой 2 Н и частотой, в два раза большей собственной частоты колебаний груза, а коэффициент затухания 0,5 с $^{-1}$.
475. Напряженность магнитного поля в центре соленоида длиной l = 20 см и диаметром d = 4 см, содержащего N = 400 витков, если величина тока в обмотке соленоида I = 2 А.
476. Рамка радиусом R = 3 см, по которой течет ток, создает магнитное поле напряженностью H = 100 А/м в точке, расположенной на оси рамки на расстоянии d = 4 см. Определить магнитный момент рамки.
477. По длинному прямолинейному однородному проводнику радиусом R= 1 см течет ток I = 50 А. Определить напряженность магнитного поля внутри проводника на расстоянии r_1 = 0,8 см от центра. Чему равна напряженность магнитного поля вне проводника на расстоянии r_2 = 5 см от его центра?
478. Принимая орбиту электрона в невозбужденном атоме водорода за окружность радиусом 53 пм, определить напряженность магнитного поля, создаваемого электроном в центре орбиты.
479. Тонкий эбонитовый диск радиусом 20 см равномерно заряжен электрическим зарядом с поверхностной плотностью 1 Кл/м^2. Диск вращается в воздухе вокруг перпендикулярной оси, проходящей через его центр, с частотой 10 с $^{-1}$. Определить магнитную индукцию в центре диска.
480. В поле бесконечно длинного прямолинейного проводника, по которому течет ток I_1 = 20 А, находится квадратная рамка со стороной a = 10 см, по которой идет ток I_2 = 1 А. Проводник и рамка расположены в одной плоскости так, что две стороны рамки перпендикулярны к проводнику. Расстояние от проводника до ближайшей стороны рамки l = 5 см. Определить силу, действующую на рамку.