

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Прохоров Сергей Григорьевич
Должность: Председатель УМК
Дата подписания: 03.04.2026 14:14:08
Уникальный программный ключ:
b1cb3ce3b5a8850f02c5b25790c691893e7a6284

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Казанский национальный исследовательский
технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ»

Чистопольский филиал «Восток»
(наименование института (факультета, филиала))

Кафедра естественнонаучных дисциплин
(наименование кафедры разработчика)

КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ
по дисциплине (модулю)

Б1.О.07.02 Математический анализ

(индекс дисциплины по учебному плану, наименование дисциплины)

Документ подписан усиленной неквалифицированной
электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Мухаметзянов Ильшат Ринатович
Должность: Директор Чистопольский филиал
Дата подписания: 03.07.2025
Уникальный ключ: 4317D4E45649D0C4A8BDDE6125BFAB9AA4A74BF7

Комплект оценочных материалов по дисциплине (модулю) разработан для обучающихся всех форм обучения по направлению подготовки (специальности):

Код и наименование направления подготовки (специальности)	Направленность (профиль, специализация, магистерская программа)
09.03.01 Информатика и ВТ	Вычислительные машины, комплексы, системы и сети

Разработчик(и):

Семина Марина Александровна, доцент, канд.пед.наук

Комплект оценочных материалов по дисциплине (модулю) рассмотрен на заседании кафедры приборостроения, протокол № 4 от 20.01.2026

Заведующий кафедрой

Парфенова Елена Леонидовна, доцент, канд.физ-мат.наук

1 ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины (модуля).

Промежуточная аттестация предназначена для оценки достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения дисциплины (модуля) и позволяет оценить уровень и качество ее освоения обучающимися.

Комплект оценочных материалов представляет собой совокупность оценочных средств (комплекс заданий различного типа с ключами правильных ответов, включая критерии оценки), используемых при проведении оценочных процедур (текущего контроля, промежуточной аттестации) с целью оценивания достижения обучающимися результатов обучения по дисциплине (модулю).

1.1 Оценочные средства и балльные оценки для контрольных мероприятий

Таблица 1.1, а – Объем дисциплины (модуля) для очной формы обучения

.Семестр	Общая трудоемкость дисциплины (модуля), в 3Е/час	Виды учебной работы, в т.ч. проводимые с использованием ЭО и ДОТ											
		Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий (аудиторная работа), в т.ч.:							Самостоятельная работа обучающегося (внеаудиторная работа), в т.ч.:				
		Лекции	Лабораторные работы	Практические занятия	Курсовая работа (консультация, защита)	Курсовой проект (консультация, защита)	Консультации перед экзаменом	Контактная работа на промежуточной	Курсовая работа (подготовка)	Курсовой проект (подготовка)	Проработка учебного материала	Подготовка к промежуточной	Форма промежуточной аттестации
1	4 3Е/144	32	-	48	-	-	-	0,35	-	-	28	35,65	экзамен
Итого	4 3Е/144	32	-	48	-	-	-	0,35	-	-	28	35,65	
2	4 3Е/144	32	-	32	-	-	-	0,35	-	-	44	35,65	экзамен

Итого	4 ЗЕ/144	32	-	32	-	-	-	0,35	-	-	44	35,65	
--------------	-----------------	-----------	----------	-----------	----------	----------	----------	-------------	----------	----------	-----------	--------------	--

Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация по дисциплине (модулю) осуществляется в соответствии с балльно-рейтинговой системой по 100-балльной шкале. Балльные оценки для контрольных мероприятий представлены в таблице 1.2. Пересчет суммы баллов в традиционную оценку представлен в таблице 1.3.

Таблица 1.2 Балльные оценки для контрольных мероприятий

Наименование контрольного мероприятия	Максимальный балл на первую аттестацию	Максимальный балл за вторую аттестацию	Максимальный балл за третью аттестацию	Всего за семестр
1 семестр				
Тест текущего контроля по разделу	6	14	14	34
Выполнение индивидуальных задач по практике	4	6	6	16
Итого (максимум за период)	10	20	20	50
Экзамен				50
Итого				100
2 семестр				
Тест текущего контроля по разделу	6	14	14	34
Выполнение индивидуальных задач по практике	4	6	6	16
Итого (максимум за период)	10	20	20	50
Экзамен				50
Итого				100

Таблица 1.3 Шкала оценки на промежуточной аттестации

Выражение в баллах	Словесное выражение при форме промежуточной аттестации - зачет	Словесное выражение при форме промежуточной аттестации – экзамен, зачет с оценкой
от 86 до 100	Зачтено	Отлично
от 71 до 85	Зачтено	Хорошо
от 51 до 70	Зачтено	Удовлетворительно
до 51	Не зачтено	Неудовлетворительно

Форма и организация промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины – зачет проводится в виде итогового тестирования.

Форма и организация промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины – экзамен, проводится два этапа: тестирование и устные ответы на экзаменационные вопросы.

2 Оценочные средства для проведения текущего контроля

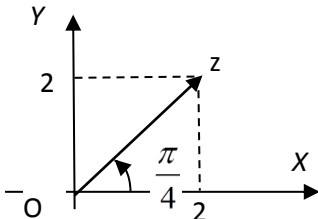
2.1 Тестовые вопросы

Тестовые вопросы содержат следующие типы вопросов с соответствующим количеством баллов за правильный ответ:

Тип вопроса	Количество баллов за правильный ответ
запрос выбора вариантов ответа	1
запрос нескольких ответов	1 -при выборе всех правильных 0,5 – за 2 правильных из 3 0,25 – за 1 правильный из 3 0,5 – за 1 правильный из 2
запрос ввода пропущенного текста	1

1 семестр

№ п/п	Семестр	№ Аттестации	Вопрос	Варианты ответа	Ключ
1	1	1	Дано: $A = \{1; 2; 3; 5; 7; 10\};$ $B = \{3; 4; 6; 9; 10\};$ $C = \{2; 5; 7; 9; 11\}.$ Найти: $(A \cup B) \cap C.$	$\{2; 5; 7; 9\}$	+
				$\{1; 2; 3; 5; 7; 9; 10\}$	-
				$\{2; 3; 5; 7; 10\}$	-
				$\{2; 3; 5; 7; 9; 10; 11\}$	-
2	1	1	Если каждому числу $x \in D$ по какому-либо закону поставлено в соответствие некоторое вполне	числовая последовательность	-
				числовая функция	+

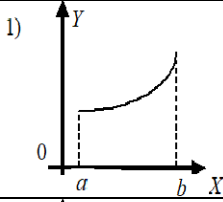
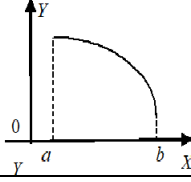
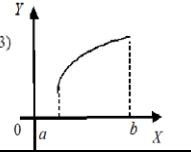
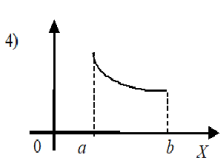
			определенное действительное число $y = f(x)$, то говорят, что на множестве D определена...	отображение	-
				1) сложная функция	-
3	1	1	На рисунке представлена геометрическая иллюстрация комплексного числа $z = x + iy$  Тогда тригонометрическая форма записи этого числа имеет вид.	$2 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ $4\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ $4 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$	- + - -
4	1	1	Область определения функции $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$ имеет вид...	$(-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$ $(-\infty; 1]$ $[5; +\infty)$ $(1; 5)$ $(-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$	+ - - - +
5	1	1	Алгебраической формой комплексного числа называется запись комплексного числа в виде...	$z = x + iy$ $z = z e^{i\varphi}$ $z = z (\cos \varphi + i \sin \varphi)$ $\bar{z} = x - iy$	+ - - -
6	1	1	Число A называется пределом функции $f(x)$ в точке x_0 , если...	$\forall \varepsilon > 0 \exists n_0(\varepsilon) > 0 \forall n > n_0, x \in D, x - x_0 < \delta \Rightarrow f(x) - A < \varepsilon$ $x_n \rightarrow \infty \Rightarrow f(x_n) \rightarrow A$ $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta(\varepsilon) > 0 \forall x \in D, x - x_0 < \delta \Rightarrow f(x) - A < \varepsilon$ $\forall \varepsilon > 0 \exists A \neq 0, f(x) - A < \varepsilon$	- - + -
7	1	1	Вычислить: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 2}{4n^2 + n - 7}$	$-\frac{2}{7}$ -1 $0,75$ $-\frac{2}{7}$	- - + -
8	1	1	Общий член последовательности $1; \frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{4}{7}; \dots$ имеет вид...	$a_n = \frac{n}{2n+1}$ $a_n = (-1)^{n+1} \frac{n}{2n+1}$	- -

				$a_n = \frac{n}{2n-1}$	+
				$a_n = (-1)^n \frac{n}{2n-1}$	-
9	1	1	Вычислить: $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$	0	+
				1	-
				∞	-
				2	-
10	1	1	Вычислить: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 2x}$	0	-
				$\frac{3}{2}$	+
				1	-
				$\frac{2}{3}$	-
11	1	1	Вычислить: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-1} \right)^{4x-1}$	e	-
				1	-
				e^4	+
				e^{-4}	-
12	1	1	Дано: $A = [3; 4]; B = [-2; 3];$ $C = (-\infty; 3].$ Найти: $B \cup (A \cap C).$	$[-2; 3]$	+
				$[-3; \infty)$	-
				$(-\infty; 4]$	-
				$[-2; 4]$	-
13	1	1	Даны соответствия. Какие из них являются функциональными...	$\overline{A = \{2; 7; 10; 11\}}$ $\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$ $B = \{4; 6; 8; 9\}$	+
				$\overset{1)}{A = \{2; 7; 10; 11\}}$ $\downarrow \downarrow \downarrow$ $B = \{4; 6; 8; \}$	-
				$\overset{2)}{A = \{2; 7; 10; 11\}}$ $\downarrow \downarrow \downarrow$ $B = \{4; 6; 8; \}$	-
				$\overset{3)}{A = \{1; 4; 6; 9; 12\}}$ $\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$ $B = \{4; -2; 3; -1\}$	-
				$\overset{4)}{A = \{2; 4; 6; 7\}}$ $\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$ $B = \{1; 4; 5; 10\}$	+
15	1	1	Вычислить: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x^2 + 13x + 6}{3x^2 + 2x - 8}$	-0,7	-
				0,7	+
				5/3	-
				13/2	-
16	1	1	Тригонометрической формой комплексного числа	$z = x + iy$	-
				$z = z e^{i\varphi}$	-

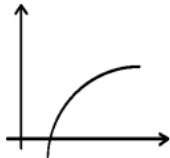
			называется запись комплексного числа в виде...	$z = z (\cos \varphi + i \sin \varphi)$	+
				$\bar{z} = x - iy$	-
17	1	1	Показательной формой комплексного числа называется запись комплексного числа в виде...	$z = x + iy$	-
				$z = z e^{i\varphi}$	+
				$z = z (\cos \varphi + i \sin \varphi)$	-
				$\bar{z} = x - iy$	-
18	1	1	Множество – это ...	произвольная совокупность объектов упорядоченный набор элементов	+
				совокупность чисел	-
				совокупность элементов, которые можно пронумеровать	-
				совокупность строк и столбцов	-
19	1	1	Укажите способы задания функции	математический	-
				геометрический	-
				аналитический графический табличный	+
				операторный	-
20	1	1	Основные теоремы о пределах:	предел суммы двух функций равен сумме их пределов предел произведения двух функций равен произведению их пределов	+
				предел произведения двух функций равен пределу произведения их производных	-
				предел дроби равен пределу производной числителя, деленному на предел производной знаменателя, если предел производной знаменателя не равен нулю	-
21	1	1	При x стремящемся к нулю e^x равносильно ...	x^2	-
				x	-
				$1 + x$	+
				$x - 1$	-
22	1	1	Предел при x стремящемся к нулю выражения $\frac{\ln(x+1)}{x}$ равен ...	0	-
				бесконечность	-
				1	+
				Предел не существует	-
23	1	1	Если предел $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$, то	0	+
			$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ равен	∞	-
				5	-
				не существует	-

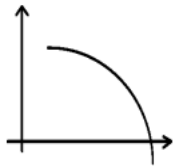
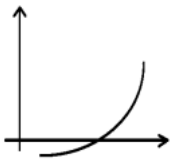
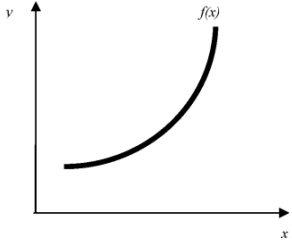
24	1	1	Если предел $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$, то $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{f(x)}$ равен	0	-
				∞	+
				1	-
				не существует	-
25	1	1	Если предел $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$, то $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{f(x)}$ равен	0	+
				∞	-
				1	-
				не существует	-
26	1	1	Если предел $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$, и функция $f(x)$ - четная, то $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ равен	3	+
				-3	-
				1	-
				не существует	-
27	1	1	Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) \sin \frac{1}{x-2}$	0	+
				1	-
				∞	-
				не существует	-
28	1	1	Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x-2)}{x-2}$	0	+
				1	-
				∞	-
				не существует	-
29	1	1	Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x-2}$	0	-
				1	+
				∞	-
				не существует	-
30	1	1	Известно, что $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = 18$. Какое из утверждений верно?	c – точка неустранимого разрыва I рода	-
				c – точка устранимого разрыва I рода	-
				c – точка разрыва II рода	+
				c – точка непрерывности	-
31	1	1	Укажите, в каком случае в точке c функция $f(x)$ имеет устранимый разрыв:	$\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = 18$	-
				$\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = 18$	-
				$\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = f(x) = 18$	-
				$\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = 18 \neq f(x)$	+
32	1	1	Функция $f(x)$ имеет устранимый разрыв в точке $x = 2$ и $\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = 1$. Тогда $\lim_{x \rightarrow 2+0} f(x)$ равен	0	-
				1	+
				∞	-
				не существует	-
33	1	1	Укажите функции непрерывные в точке $x = 1$	$\frac{\sin(x-1)}{x-1}$	-
				$\sin(x-1)$	+

				$\frac{\sin x}{x} - 1$	+
				$\frac{\sin x}{x-1}$	-
34	1	2	Производная функции $y = \cos^2 x$ имеет вид...	$-\sin 2x$	+
				$\sin 2x$	-
				$\sin^2 x$	-
				$-\sin x$	-
35	1	2	Найти $y' = \frac{dy}{dx}$, если $x = t^3 + 3t + 1, y = 3t^5 + 5t^3 + 1$	$y' = 5t^2$	+
				$y' = \frac{5t^2 - 2}{t}$	-
				$y' = -5t^3$	-
				$y' = \frac{1}{5t^2}$	-
36	1	2	Если выполняются условия: 1) функция $y = f(x)$ определена в точке x_0 , $x_0 \in D(f)$; 2) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$, то функция $y = f(x)$ в точке x_0 называется...	Непрерывной	+
				дифференцируемой	-
				разрывной	-
				ограниченной	-
37	1	2	Каков характер разрыва функции $y = \frac{1}{(x-1)(x-5)}$ в точках $x=1$; $x=5$.	точки непрерывности	-
				точки скачка	-
				точки разрыва II рода	+
				точки устранимого разрыва	-
38	1	2	Предел отношения приращения функции Δy к приращению аргумента Δx при произвольном стремлении Δx к нулю называется...	производной функции $y = f(x)$ в точке x	+
				частной производной функции	-
				полной производной функции	-
				односторонней производной функции	-
39	1	2	Производная функции $x^2 + y^2 = 4$ имеет вид...	$y' = -\frac{x}{y}$	+
				$y' = \frac{x}{y}$	-
				$y' = -\frac{y}{x}$	-
				$y' = -\frac{x^2}{y}$	-

40	1	2	Укажите вид графика, для которого на всем промежутке $[a; b]$ одновременно выполняются условия: $y > 0, y' > 0, y'' < 0$	1) 	-
				2) 	-
				3) 	+
				4) 	-
41	1	2	Если $U = \ln(x^2 - y + 2z)$, то значение U'_x в точке М (1;2;2) равно...	-2	-
				$\frac{2}{3}$	+
				0	-
				$\frac{3}{2}$	-
42	1	2	Сумма наибольшего и наименьшего значений функции $f(x) = 2 \cdot 3^{3x} - 4 \cdot 3^{2x} + 2 \cdot 3^x$ на отрезке $[-1; 1]$ равна...	$\frac{19}{27}$	-
				24	+
				$\frac{219}{54}$	-
				-12	-
43	1	2	Производная функции $y = \operatorname{tg} 3x$ равна...	$\frac{1}{\cos^2 3x}$	-
				$\frac{3}{\cos^2 3x}$	+
				$\frac{3}{\cos 3x}$	-
				$\frac{1}{\cos 3x}$	-
44	1	2	Производная функции $y = x + \frac{1}{x}$ равна...	$x + \frac{1}{2x}$	-
				$1 + \frac{1}{2x}$	-
				$1 + \frac{1}{x^2}$	-
				$1 - \frac{1}{x^2}$	+
45	1	2		устранимый	+
				неустранимый первого рода	-
				разрыв второго рода	-

			Какого рода разрыв имеет функция $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$?	функция везде непрерывна	-
46	1	2	Указать точку перегиба функции $y = x^3 - 3x^2 + x - 1$	(0;-1)	-
				(-1; -6)	-
				(1; -2)	+
				нет точки перегиба	-
47	1	2	Указать наклонную асимптоту функции $y = \frac{(1+x)^3}{(x-1)^2}$	$y = 5$	-
				$y = -5$	-
				$y = -x + 5$	-
				$y = x + 5$	+
48	1	2	Какое из нижеперечисленных предложений определяет производную функции (когда приращение аргумента стремится к нулю)?	Отношение приращения функции к приращению аргумента	-
				Предел отношения приращения функции к приращению аргумента	+
				Отношение функции к пределу аргумента	-
				Отношение предела функции к аргументу	
49	1	2	Первая производная функции показывает	скорость изменения функции	+
				направление функции	-
				приращение функции	-
				приращение аргумента функции	-
50	1	2	Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции в некоторой точке, равен	отношению значения функции к значению аргумента в этой точке	-
				значению производной функции в этой точке	+
				значению функции в этой точке	-
				значению тангенса производной функции в этой точке.	-
51	1	2	Укажите функции, для которых существует конечная производная в каждой точке числовой оси:	$y = x^3$	+
				$y = \sin x$	+
				$y = 3^x$	-
				$y = \sqrt{x}$	-
52	1	2	Укажите верные утверждения: если функция дифференцируема в некоторой точке, то в этой точке ...	функция имеет экстремум	-
				функция непрерывна	+
				нельзя провести касательную к графику функции	-
				можно провести касательную к графику функции	+
53	1	2	Дифференциал функции равен	произведению производной на приращение аргумента	+
				отношению приращения функции к приращению аргумента	-

				произведению приращения функции на приращение аргумента	-
				приращению функции	-
54	1	2	Дифференциал постоянной равен...	этой постоянной	-
				бесконечно большой величине	-
				нулю	+
				невозможно определить	-
55	1	2	Какое из следующих утверждений верно для любой линейной функции?	дифференциал функции равен приращению функции	+
				дифференциал функции равен приращению аргумента	-
				дифференциал функции - это постоянная величина	-
				дифференциал функции равен производной этой функции	-
56	1	2	Какое из следующих утверждений верно для нелинейной функции?	дифференциал функции равен приращению функции	+
				дифференциал функции равен части приращения функции	-
				дифференциал функции - это постоянная величина	-
				дифференциал функции равен производной этой функции	-
57	1	2	Если функция $f(x)$ непрерывна на $[a; b]$, дифференцируема на $(a; b)$ и $f(a) = f(b)$, то на $(a; b)$ можно найти хотя бы одну точку, в которой	функция не определена	-
				производная функции не существует	-
				производная функции обращается в ноль	+
				нельзя провести касательную к графику функции	-
58	1	2	Функция $f(x) = x^3 - x$	возрастает на $(-\infty; 0)$, убывает на $(0; \infty)$	-
				всюду убывает	-
				всюду возрастает	-
				другой ответ	+
59	1	2	Сколько точек перегиба имеет функция $y = 4x^3 + 4x$?	ни одной	+
				две	-
				три	-
				больше трех	-
60	1	2	Какой из графиков соответствует функции $f(x)$, удовлетворяющей условиям $f'(x) < 0$; $f''(x) > 0$?		-
					+

					-
					-
61	1	2	Какому условию удовлетворяет функция, график которой изображен на рисунке 	$f'(x) > 0; f''(x) > 0$	+
				$f'(x) < 0; f''(x) > 0$	-
				$f'(x) > 0; f''(x) < 0$	-
				$f'(x) < 0; f''(x) < 0$	-
62	1	2	Укажите точки экстремума непрерывной на всей числовой прямой функции $f(x)$, если $y' = (x+1)^2(x-2)$	$x = 2$ - точка <i>max</i>	-
				$x = -1$ - точка <i>max</i>	-
				$x = 2$ - точка <i>min</i>	+
				точек экстремума нет	-
63	1	2	Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных условий выберите достаточное условие убывания:	$f'(x) > 0$	-
				$f'(x) < 0$	+
				$f'(x) = 0$	-
				$f''(x) < 0$	-
64	1	2	Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных условий выберите достаточное условие выпуклости (выпуклости вверх):	$f''(x) > 0$	-
				$f''(x) < 0$	+
				$f''(x) = 0$	-
				$f'(x) > 0$	-
65	1	2	Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных условий выберите достаточное условие вогнутости (выпуклости вниз):	$f''(x) > 0$	+
				$f''(x) < 0$	-
				$f''(x) = 0$	-
				$f'(x) > 0$	-
66	1	2	Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных условий выберите достаточное условие возрастания:	$f'(x) > 0$	+
				$f'(x) < 0$	-
				$f'(x) = 0$	-
				$f''(x) < 0$	-
67	1	2		$[-1; 0]$	-

			Укажите, на каком из данных отрезков уравнение $\lg(x+2) + x = 0$ имеет действительный корень:	$[1; 2]$	-
				$[2; 3]$	+
				Корней нет	-
68	1	2	Производная произведения $(x+2)e^x$ равна	$(x+2)e^x$	-
				$(x+3)e^x$	+
				e^x	-
				$-(x+2)e^x$	-
69	1	2	Найдите предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + \sin n^2}{n^2}$	2	-
				1	-
				0	+
				∞	-
70	1	2	Найдите предел $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(n-3)}{n^2-3}$	$\frac{2}{3}$	-
				1	-
				0	-
				$\frac{1}{3}$	+
71	1	2	Найдите производную неявно заданной функции $ye^y = e^{x+1}$ в точке $M(0;1)$	$\frac{1}{2}$	+
				1	-
				0	-
				$\frac{1}{3}$	-
72	1	2	Найдите предел $\lim_{n \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{6-n}}{n-2}$	$\frac{2}{3}$	-
				1	-
				0	-
				$\frac{1}{4}$	+
73	1	2	Найдите производную неявно заданной функции $2y = 1 + xy^3$ в точке $M(1;1)$	$\frac{1}{2}$	-
				-1	+
				0	-
				$\frac{1}{3}$	-
74	1	2	Найдите предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n - 3^{2n}}{2^{4n} + 10^{n-1}}$	$-\frac{3}{2}$	-
				1	-
				0	+
				$\frac{1}{10}$	-
75	1	2		$\frac{3}{4}$	-
				1	-
				0	-

			Найдите предел $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{2n - \sin^2 3n}{\sin 4n + n^2}$	2	+
76	1	2	Найдите производную параметрически заданной функции $\begin{cases} x = t \ln t \\ y = \frac{\ln t}{t} \end{cases}$ при $t = 1$	$-\frac{1}{2}$	+
				1	-
				0	-
				2	-
77	1	2	Укажите верные утверждения из числа приведенных	Правило Лопиталя позволяет свести нахождение предела отношения бесконечно малых либо бесконечно больших величин к нахождению предела отношения их производных	+
				При переходе через точку перегиба вторая производная не обязательно меняет свой знак на противоположный	-
				В точке разрыва 1 рода оба односторонних предела заведомо существуют	+
				Для существования предела функции в точке $x = x_0$ функция должна быть определена в этой точке	-
78	1	2	Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ в точке (0;1) имеет вид...	$x - y + 1 = 0$	+
				$y - 1 = 0$	-
				$y + 1 = 0$	+
				$x + y + 1 = 0$	-
79	1	3	Найти интеграл: $\int \frac{dx}{x \ln x}$	$\ln \ln x + C;$	+
				$\ln x + C$	-
				$\ln^2 x + C$	-
				$\frac{1}{\ln x} + C$	-
80	1	3	Множество первообразных функции $f(x) = e^{6x+2}$ имеет вид...	$-6e^{6x+2} + C$	-
				$\frac{1}{6}e^{6x+2} + C$	+
				$e^{6x+2} + C$	-
				$6e^{6x+2} + C$	-
81	1	3		-1	-
				∞	+

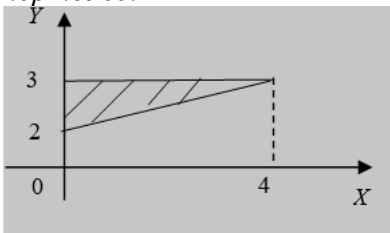
			Найти несобственный интеграл $\int_0^1 \ln x dx$:	$\frac{1}{0}$	-
					-
82	1	3	Формула замены переменной в неопределенном интеграле имеет вид:	$\int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt = \int f(x)dx$	+
				$\int f(u)du = F(u) + C$	-
				$\int u dv = uv - \int v du$	-
				$\int f(\varphi(x))\varphi'(x)dx = \int f(\varphi(x))d(\varphi(x))$	+
83	1	3	Определенным интегралом от функции $f(x)$ по отрезку $[a; b]$ называется:	$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum f(x_i) \Delta x_i$	-
				$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum f(c_i) \Delta x_i$	+
				интегральная сумма Римана	-
				число, к которому стремится интеграл	-
84	1	3	Найти интеграл: $\int x \operatorname{arctg} x dx$	$\frac{x}{2} - \frac{x^2+1}{2} \operatorname{arctg} x + C;$	+
				$-\frac{x^2+1}{2} + \operatorname{arctg} x + C;$	-
				$\tilde{N} - \frac{x}{2} + \frac{x^2+1}{2} \operatorname{arctg} x;$	-
				$\frac{x^2+1}{2} \operatorname{arctg} x + C$	-
85	1	3	Найти интеграл: $\int \frac{x-3}{\sqrt{x^2+6x}} dx$	$\sqrt{x^2+6x} - 6 \ln \left \frac{x+3}{\sqrt{x^2+6x}} \right + C;$	-
				$\sqrt{x^2+6x} - 6 \ln x+3 + C;$	+
				$\sqrt{x^2+6x} - \frac{1}{2} \ln x+3+\sqrt{x^2+6x} + C;$	-
				$\sqrt{x^2+6x} - 6 \ln x+3+\sqrt{x^2+6x} + C.$	-
86	1	3	Найти интеграл: $\int \frac{3x^2+8}{x^3+4x^2+4x} dx$	$\ln x + 2 \ln x+2 + \frac{10}{\sqrt{x+2}} + C;$	+
				$2 \ln x + \ln x+2 + \frac{10}{x+2} + C;$	-
				$C - 2 \ln x + 5 \ln x+2 + \frac{5}{x+2};$	-
				$2 \ln x + \ln \frac{10}{x+2} + C.$	-
87	1	3	Найти интеграл:	$\frac{3}{8}x + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C;$	+

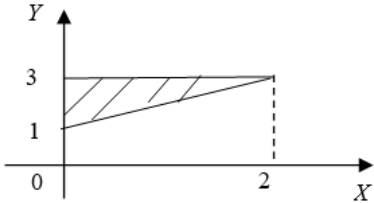
			$\int \sin^4 x dx$	$x + \sin 2x + \sin 4x + C;$	-
				$\frac{3}{8}x + \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + C;$	-
				$\frac{3}{8}x + \sin x + \frac{1}{32}\sin 2x + C.$	-
88	1	3	Найти интеграл: $\int \frac{dx}{\sqrt{(5-x^2)^3}}$	$\frac{x}{5\sqrt{5-x^2}} + C;$	+
				$\frac{x\sqrt{5-x^2}}{5} + C;$	-
				$\frac{\sqrt{5-x^2}}{5x} + C;$	-
				$C - \frac{x}{2\sqrt{5-x^2}}.$	-
89	1	3	Геометрический смысл определенного интеграла заключается в следующем:...	1) он численно равен <i>площади</i> соответствующей криволинейной трапеции	+
				2) он численно равен <i>площади</i> ступенчатой фигуры	-
				3) он численно равен <i>площади</i> прямоугольника	-
				3) он численно равен <i>длине</i> наибольшего из отрезков разбиения	-
90	1	3	Выбрать свойства неопределенного интеграла, выраженные следующими формулами:	$\int u dv = uv - \int v du$	-
				$\int (f_1(x) \pm f_2(x)) dx = \int f_1(x) dx \pm \int f_2(x) dx$	+
				$\int (f_1(x) f_2(x)) dx = \int f_1(x) dx \int f_2(x) dx$	-
				$ \int f(x) dx \leq \int f(x) dx$	+
91	1	3	С <i>геометрической</i> точки зрения <i>неопределенный</i> интеграл представляет собой...	однопараметрическое семейство кривых	+
				параллельные оси Ox кривые	-
				интегральную кривую	-
				площадь криволинейной трапеции	-
92	1	3	Какая из данных функций является первообразной для функции $y = 2x^3 - 3x^2$?	$3x^2 - 6x$	-
				$x^4 - x^3$	-
				$0,5x^4 - x^3 + 5$	+
				такой нет.	-
93	1	3	Какая из данных функций является первообразной для функции $y = \sin 2x$?	$-\frac{1}{2}\cos 2x$	+
				$-\cos^2 x$	-
				$\sin^2 x$	-
				$-\sin^2 x$	-
94	1	3		$y = -x - \frac{2}{3}x^3 - 9$	+

			Какая из первообразных функции $y = -1 - 2x^2$ проходит через точку $M(-3; 12)$?	$y = -x - \frac{2}{3}x^3 - 2$	-
				$y = 7 - x - \frac{2}{3}x^3$	-
				др. ответ.	-
95	1	3	Если $U = \ln(x^2 - y + 2z)$, то значение U'_x в точке $M(1; 2; 2)$ равно...	-2	-
				$\frac{2}{3}$	+
				0	-
				$\frac{3}{2}$	-
96	1	3	Пусть каждой упорядоченной паре чисел (x, y) из некоторой области $D(x, y)$ соответствует определённое число $z \in E \subset R$. Тогда z называют...	функцией двух переменных	+
				внутренней точкой области	-
				образом функции $f(x, y)$	-
				частным значением функции $f(x, y)$	-
97	1	3	Если функция $z = f(x, y)$ имеет в точке $M_0(x_0, y_0)$ локальный экстремум, то в этой точке обе частные производные, если они существуют, удовлетворяют следующему условию:....	$dz(M_0) > 0$	-
				$\frac{\partial z}{\partial x}\bigg _{M_0} = 0; \frac{\partial z}{\partial y}\bigg _{M_0} = 0$	+
				$\frac{\partial z}{\partial x}(M_0) + \frac{\partial z}{\partial y}(M_0) = 0$	-
				$\frac{\partial z}{\partial x}\bigg _{M_0} \neq \frac{\partial z}{\partial y}\bigg _{M_0}$	-
98	1	3	Вычислить значения частных производных данной функции при указанных значениях аргумента: $z = \ln(x^2 - y^2); x = 2; y = -1$.	$z'_x = \frac{2}{3}; z'_y = -\frac{2}{3};$	-
				$z'_x = -\frac{2}{3}; z'_y = -\frac{2}{3};$	-
				$z'_x = \frac{4}{3}; z'_y = \frac{2}{3};$	+
				$z'_x = -\frac{4}{3}; z'_y = \frac{2}{3};$	-
99	1	3	Пусть функция $z = f(x, y)$ определена и непрерывна в ограниченной замкнутой области D . Тогда в области D она достигает своих наименьшего и наибольшего значений, причём эти значения	точками глобального экстремума	+
				точками локального экстремума	-

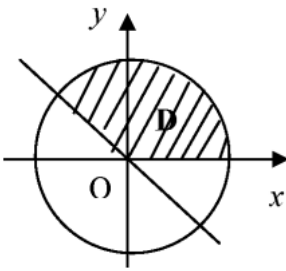
			достигаются либо внутри области D , либо на её границе. Точки, в которых функция принимает наибольшее и наименьшее значения в ограниченной замкнутой области, называют...	точками условного экстремума	-
				предельными точками области	-
100	1	3	Формула интегрирования по частям в неопределенном интеграле имеет вид...	$\int v dv = uv - \int u dv$	-
				$\int d(uv) = uv + C$	-
				$\int u dv = uv - \int v du$	+
				$a_n = (-1)^n \frac{n}{2n-1}$	-
				$d(uv) = v du + u dv$	-

2 семестр

№ п/п	Семестр	№ Аттестации	Вопрос	Варианты ответа	Ключ
1	2	1	Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ по области D, изображенной на чертеже: 	$\int_0^4 dx \int_{\frac{x}{4}+2}^3 f(x, y) dy$	+
				$\int_0^4 dx \int_{\frac{x}{2}-1}^3 f(x, y) dy$	-
				$\int_0^4 dx \int_{\frac{x}{4}-2}^3 f(x, y) dy$	-
				$\int_0^4 dx \int_0^{\frac{x}{2}+2} f(x, y) dy$	-
2	2	1	Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$	$\int_{-1}^1 dy \int_y^{2y} f(x, y) dx$	-
				$\int_0^1 dy \int_y^{2-y} f(x, y) dx$	+
				$\int_0^1 dy \int_{1-y}^{2-y} f(x, y) dx$	-

				$\int_0^1 dy \int_{-y}^{2+y} f(x, y) dx$	-
3	2	1	Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ по области D, изображенной на чертеже: 	$\int_0^2 dx \int_{x+1}^3 f(x, y) dy$	-
				$\int_0^2 dx \int_0^{\frac{x}{2}+2} f(x, y) dy$	+
				$\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}+1}^3 f(x, y) dy$	-
				$\int_0^2 dx \int_1^3 f(x, y) dy$	-
4	2	1	Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy + \int_1^3 dx \int_{\frac{3-x}{2}}^{\frac{3-x}{2}} f(x, y) dy :$	$\int_0^1 dy \int_y^{3-2y} f(x, y) dx$	+
				$\int_0^1 dy \int_y^{2-3y} f(x, y) dx$	-
				$\int_{-1}^1 dy \int_y^{2y} f(x, y) dx$	-
				$\int_0^1 dy \int_{-y}^{2+y} f(x, y) dx$	-
5	2	1	Расставить пределы интегрирования в двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ по области D, изображенной на чертеже:	$\int_0^4 dx \int_{x+1}^5 f(x, y) dy$	+
				$\int_0^4 dx \int_1^5 f(x, y) dy$	-
				$\int_0^4 dx \int_{\frac{x}{2}+1}^5 f(x, y) dy$	-
				$\int_0^4 dx \int_0^{\frac{x}{2}+2} f(x, y) dy$	-
6	2	1		$\int_0^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt[3]{y}} f(x, y) dx$	-

			Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$:	$\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{y^2} f(x, y) dx$	-
				$\int_0^1 dy \int_y^{2y^2} f(x, y) dx$	+
				$\int_0^1 dy \int_{-y}^{2+y} f(x, y) dx$	-
7	2	1	Если $\iint_D (1 + 2xy) dx dy = 4$, $\iint_D (1 - 2xy) dx dy = 14$, то мера плоской области D	18	-
				10	-
				9	+
				14	-
8	2	1	Если $\iint_D (x + 2y + 3) dx dy = 39$, $\iint_D (x + 2y - 1) dx dy = 11$, то мера плоской области D равна...	50	-
				28	-
				7	+
				11	-
9	2	1	Если $\iint_D (1 + 2xy) dx dy = 4$, $\iint_D (5 - 2xy) dx dy = 14$, то мера плоской области D равна...	3	+
				18	-
				10	-
				6	-
10	2	1	Укажите ВСЕ формулы, которые применяют для вычисления площади плоской фигуры в различных системах координат:	$\iint_D dx dy$	+
				$\iint_D \rho d\rho d\varphi$	+
				$\iint_D f(x, y) dx dy$	-
				$\iint_D \rho^2 \sin \varphi d\rho d\varphi$	-
11	2	2	На рис. заштрихована область D, определяемая неравенствами: $x^2 + y^2 \leq 4$; $y > -x$; $y > 0$. Площадь этой области (в полярной системе координат) равна	$\int_0^{\frac{3\pi}{4}} d\varphi \int_0^2 dr$	-
				$\int_0^{\frac{3\pi}{4}} d\varphi \int_0^2 y dr$	-
				$\int_0^{\frac{3\pi}{4}} d\varphi \int_0^2 r dr$	+

				$\int_0^2 dr \int_0^{\frac{3\pi}{4}} d\varphi$	-
12	2	1	Укажите систему координат, в которой при вычислении тройного интеграла элемент объема $dV = r d\varphi dr dz$	цилиндрическая	+
				декартова	-
				сферическая	-
				полярная	-
13	2	2	Укажите какие из рядов сходятся: $1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{7^n} \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{4n+6}$ $3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{2n^2}$	Только III	+
				Только II и III	-
				Только II	-
				Только I и III	-
14	2	2	Числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{an+2}{4n+6} \right)^n$ сходится при значениях a , равных	2	+
				1	+
				5	-
				6	-
15	2	2	Коэффициент a_6 разложения функции $f(x) = 3x^5 + 5x^2 + 2x - 3$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x = 3$ равен...	0	+
				2	-
				4	-
				3	-
16	2	2	Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ равен 4. Тогда интервал сходимости имеет вид...	(0; 4)	-
				(- 4; 0)	-
				(- 4; 4)	+
				(- 2; 2)	-
17	2	2	Укажите какие из рядов сходятся: $1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{7n+2} \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{2n^2}$ $3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2}{5^n}$	Только II	+
				Только II и III	-
				Только I и III	-
				Только III	-
18	2	2		2	+
				1	+

			Числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{an+2}{3n+1} \right)^n$ сходится при значениях a , равных	5	-
				6	-
19	2	2	Коэффициент a_5 разложения функции $f(x) = 3x^4 + 5x^2 - 2$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x=1$ равен...	0	+
				2	-
				1	-
				3	-
20	2	2	Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ равен 6. Тогда интервал сходимости имеет вид...	$(-6; 0)$	-
				$(-6; 6)$	+
				$(0; 6)$	-
				$(-3; 3)$	-
21	2	2	Укажите какие из рядов сходятся: 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{7n^3}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{2n+5}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-3}{7^n}$	Только II и III	-
				Только I и III	+
				Только II	-
				Только III	-
22	2	2	Числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{an+3}{3n+5} \right)^n$ сходится при значениях a , равных	0	-
				1	+
				2	+
				3	
23	2	2	Коэффициент a_7 разложения функции $f(x) = x^6 + 3x^5 + x^2 + 2$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x=2$ равен...	2	-
				1	-
				3	-
				0	+
24	2	2	Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ равен 5. Тогда интервал сходимости имеет вид...	$(-5; 5)$	+
				$(-5; 0)$	-
				$(0; 5)$	-
				$(-2,5; 2,5)$	-
25	2	2	Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^n$ равен 4.	$(3; 5)$	-
				$(-4; 4)$	-
				$(-3; 5)$	+
				$(0; 4)$	-

			Тогда интервал сходимости имеет вид...		
26	2	2	Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-1)^n$ равен 5. Тогда интервал сходимости имеет вид...	(4; 6)	-
				(- 5; 5)	-
				(0; 6)	-
				(- 4; 6)	+
27	2	2	Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n n}$ имеет вид...	[- 4; 4]	-
				(- 4; 4)	+
				[- 4; 4)	-
				(- 1; 1)	-
28	2	2	Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n n}$ имеет вид...	(- 5; 5)	+
				[- 5; 5]	-
				[- 5; 5)	-
				(- 1; 1)	-
29	2	2	Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n n}$ имеет вид...	[- 3; 3]	-
				(- 3; 3)	+
				[- 3; 3)	-
				(- 1; 1)	-
30	2	2	Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-1)^n$ равен 6. Тогда интервал сходимости имеет вид...	(5; 7)	+
				(- 5; 7)	+
				(- 6; 6)	-
				(0; 7)	-
31	2	2	Установить, сходится ли ряд, используя необходимый признак сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+4)n}{2n-1}$	сходится	-
				расходится	+
				другой ответ	-
32	2	2	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2n^3}$	сходится	-
				расходится	+
				другой ответ	-
33	2	2	Установить, сходится ли ряд, используя необходимый признак сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{(n+4)n}$	сходится	-
				расходится	-
				другой ответ	+
34	2	2		сходится	-

			Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n^3}$	расходится	+
				другой ответ	-
35	2	2	Ряд вида $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$, где $a_n > 0$ называется	знакопеременным	+
				знакопеременным	-
				знакоположительным	-
				степенным	-
36	2	2	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n > 0$ и существует $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = k$, то ряд будет сходиться, если...	$k > 0$	-
				$k > 1$	-
				$k < 1$	+
				$k = 1$	-
37	2	2	Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n > 0$ и существует $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = k$, то ряд будет сходиться (признак Даламбера), если...	$k > 0$	-
				$k > 1$	-
				$k < 1$	+
				$k = 1$	-
38	2	2	Определить второй член ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$:	$\frac{2}{9}$	+
				$\frac{2}{6}$	-
				$\frac{1}{3}$	-
				$\frac{2}{3^2}$	-
39	2	2	Каким признаком нужно воспользоваться, чтобы выяснить сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2n^3}$	признак Коши	-
				признак Даламбера	+
				признак сравнения в предельной форме	-
				признак Лейбница	-
40	2	2	Каким признаком нужно воспользоваться, чтобы выяснить сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$, где $a_n > 0$	признак Коши	-
				признак Даламбера	-
				признак сравнения в предельной форме	-
				признак Лейбница	+
41	2	2	Какое понятие не связано с суммой ряда?	Частичная сумма	-
				Приближенные суммы	-
				Дискретная сумма	+
				Сумма n первых членов	-
42	2	2	Какой из рядов является сходящимся?	$1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \dots + \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$	+
				$1 + \frac{4}{3} + \frac{16}{9} + \dots + \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1} + \dots$	-

				$1-1+1-1+\dots+(-1)^{n-1}+\dots$	-
				$\frac{10}{1001}+\frac{20}{2002}+\dots+\frac{10n}{1000n+1}+\dots$	-
43	2	2	К применению признака сравнения не относится	Есть ряд, сходимость которого известна	-
				Есть ряд, расходимость которого известна	-
				Используется геометрический ряд	-
				Вычисляются интегралы общих членов рядов	+
44	2	2	Какой из рядов, согласно признаку Даламбера, расходится?	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^{2n}}$	+
				$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$	-
				$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{3})^n}$	-
				$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n!}$	-
45	2	2	Какой из рядов не является степенным?	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^{\frac{n}{2}}$	+
				$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)!(x+1)^n$	-
				$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{4^n \cdot n^3}$	-
				$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2} x^n$	-
46	2	2	Если радиус сходимости для степенного ряда $R > 0$, то этот ряд сходится на интервале	$]0, R[$	-
				$]0, +\infty[$	-
				$] -R, R[$	+
				$[0, +\infty[$	-
47	2	2	Радиусом сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n}$ является	9	-
				3	+
				1	-
				0	-
48	2	2	Радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{16^n}$ равен	4	-
				8	-
				16	+
				1	-
49	2	3	Общим решением дифференциального	Решение, содержащее n независимых произвольных постоянных	+

			уравнения n-го порядка называется	Решение, в котором произвольным постоянным придаются конкретные числовые значения	-
				Решение, выраженное относительно независимой переменной	-
				Решение, полученное без интегрирования	-
50	2	3	Какое высказывание не отражает признак уравнения в полных дифференциалах	Левая часть уравнения представляет собой сумму частных дифференциалов	-
				Выражение, зависящее от y , входит только в левую часть, а выражение, зависящее от x - только в правую часть	+
				Частная производная по одной переменной одного слагаемого и частная производная по другой переменной другого слагаемого равны	-
				Общее решение в неявном виде определяется уравнением $F(x, y) = C$	-
51	2	3	Решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами содержит тригонометрические функции, если	Определитель Вронского равен нулю	-
				Корни характеристического уравнения – комплексные	+
				Корни характеристического уравнения - действительные и различные	-
				Корни характеристического уравнения - вещественные и равные	-
52	2	3	При решении линейного дифференциального уравнения первого порядка не применяется	Интегрирование по частям	+
				Замена переменной	-
				Метод неопределённых коэффициентов	-
				Разделение переменных	-
53	2	3	Укажите тип дифференциального уравнения $(2x+1)y' + y = 0$	однородное	-
				с разделяющимися переменными	+
				линейное	-
				Бернулли	-
54	2	3	Укажите общее решение дифференциального уравнения $(2x+1)y' - y = 0$	$y = C(2x+1)$	+
				$y = \frac{C}{2x+1}$	-
				$y = \ln C(2x+1)$	-

				$\ln y = C(2x+1)$	-
55	2	3	Укажите частное решение дифференциального уравнения $y' + 2y = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 5$	$e^{-2x} + 5$	-
				$e^{-2x} + 4$	+
				$e^{2x} + 4$	-
				$e^{2x} + 5$	-
56	2	3	Среди перечисленных дифференциальных уравнений укажите уравнение с разделяющимися переменными	$(2x+1)y' - y = 0$	+
				$y''x - y = y'$	-
				$(2x+1)y' - y = 0$	-
				$2xyy' - y = \cos x$	+
57	2	3	Укажите частное решение дифференциального уравнения $xy' = 1$	$\ln 2x $	+
				$\ln 2+x $	-
				$\frac{1}{\ln 2x }$	-
				$\ln x^2$	-
58	2	3	Укажите общее решение дифференциального уравнения $xy' = 1$	$\ln Cx $	+
				$\ln C+x $	-
				$C + \ln x^2$	-
				$\frac{C}{\ln x }$	-
59	1	3	Среди приведенных дифференциальных уравнений укажите те, порядок которых можно понизить подстановкой $y' = z(x)$	$y'' + y' = x$	+
				$y'' + y' - y = 0$	-
				$y'' \cdot y' = y^2 - 1$	-
				$y'' \cdot y' \cdot x = x^2 + 1$	+
60	2	3	Какое уравнение получится после понижения порядка дифференциального уравнения $y'' = (y')^2 + y$	$\frac{dz}{dx} = (z)^2 + y$	-
				$\frac{dz}{dy} = (z)^2 + y$	+
				$\frac{dz}{dx} = (z)^2 + x$	-
				$z = (z)^2 + y'$	-
61	2	3	Какое уравнение получится после понижения порядка дифференциального уравнения $y'' = (y')^2 + x$	$\frac{dz}{dx} = (z)^2 + y$	-
				$\frac{dz}{dy} = (z)^2 + x$	-
				$\frac{dz}{dx} = (z)^2 + x$	+
				$z = (z)^2 + y'$	-
62	2	3		$y'' + y' - 2y = 0$	+

			Среди перечисленных дифференциальных уравнений укажите линейные однородные с постоянными коэффициентами:	$y'' + y' - 2x = 0$	-
				$3y'' - 4y' = 12y$	+
				$3y'' - 4y' + 12y = 2x + 3$	-
63	2	3	Среди перечисленных дифференциальных уравнений укажите линейные неоднородные с постоянными коэффициентами	$y'' + y' - 2y = 0$	-
				$y'' + y' - 2x = 0$	+
				$3y'' - 4y' = 12y$	-
				$3y'' - 4y' + 12y = 2x + 3$	+
64	2	3	Уравнение $\lambda^2 + \lambda - 2 = 0$ является характеристическим уравнением дифференциального уравнения	$y'' + y' - 2y = 0$	+
				$y'' + y' - 2x = 0$	-
				$y'' + y' - 2 = 0$	-
				$y'' + y' - 2y - 2 = 0$	-
65	2	3	При каком параметре a уравнение $a\lambda^2 + \lambda - 2 = 0$ является характеристическим уравнением дифференциального уравнения $5y'' + y' - 2y = 0$	5	+
				-5	-
				2	-
				2	-
66	2	3	$P(x) \cdot dx + Q(x) \cdot dy = 0$ Как называют уравнение такого вида?	Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными	+
				Однородное дифференциальное уравнение	-
				Линейное дифференциальное уравнение	-
				Дифференциальное уравнение второго порядка	-
67	2	3	Задача отыскания решения ДУ первого порядка, удовлетворяющего начальному условию, называется...	задачей Коши	+
				задачей Бернулли	-
				задачей Вронского	-
				линейной задачей	-

3. Оценочные средства для проведения промежуточного контроля (промежуточной аттестации)

Семестр	Вид промежуточной аттестации	Вид контрольного мероприятия	Балльные оценки
1, 2	Экзамен	Тестовые задания Экзаменационные вопросы	0-20 0-30

3.1. Тестовые задания

Тестовые задания промежуточной аттестации представляют собой совокупность тестовых вопросов текущего контроля.

3.2 Комплексное задание (экзаменационный билет)

Билеты экзамена равноценны по трудности, одинаковы по структуре, параллельны по расположению заданий. В билете два вопроса.

3.2.1 Вопросы на зачете/экзамене (экзаменационные вопросы)

1 семестр

№ п/п	Тип вопроса	Вопрос
1	Теоретический	Множества. Операции с множествами. Декартово произведение множеств. Отображения множеств. Мощность множества.
2		Множество вещественных чисел. Функция. Область ее определения. Сложные и обратные функции. График функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
3		Комплексные числа и действия с ними. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера. Корни из комплексных чисел.
4		Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Критерий Коши. Арифметические свойства пределов. Переход к пределу в неравенствах. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.
5		Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства предела функции. Односторонние пределы. Пределы монотонных функций. Замечательные пределы.
6		Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной и обратной функций. Непрерывность элементарных функций.

7		Односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация.
8		Сравнение функций. Символы o и O . Эквивалентные функции.
9		Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, промежуточные значения. Теорема об обратной функции.
10		Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Общее представление о методах линеаризации.
11		Производная функции, ее смысл в различных задачах. Правила нахождения производной и дифференциала.
12		Производная сложной и обратной функций. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
13		Точки экстремума функции. Теорема Ферма.
14		Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, их применение.
15		Правило Лопиталю.
16		Производные и дифференциалы высших порядков.
17		Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Применение формулы Тейлора для приближенных вычислений.
18		Условия монотонности функции. Экстремумы функции, необходимое условие. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке.
19		Исследование выпуклости функции. Точки перегиба.
20		Асимптоты функций. Понятие об асимптотическом разложении.
21		Общая схема исследования функции и построения ее графика.
22		Пространство R^n . Множества в R^n : открытые, замкнутые, ограниченные, линейно связные, выпуклые. Компактность. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Функции, непрерывные на компактах. Промежуточные значения непрерывных функций на линейно связных множествах.
23		Частные производные. Дифференциал, его связь с частными производными. Инвариантность формы дифференциала. Геометрический смысл частных производных и дифференциала. Производная по направлению. Градиент.
24		Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
25		Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
26		Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
27		Табличные интегралы. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.

28		Многочлены. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители.
29		Разложение рациональных дробей на простейшие.
30		Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных и трансцендентных функций.
31		Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства.
32		Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов.
33		Геометрические и механические приложения определенного интеграла.
34		Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства. Признаки сходимости несобственных интегралов. Понятие сингулярных интегралов.
35	Теоретико-практический	Функция $y=f(x)$ задана различными аналитическими выражениями в различных областях изменения независимой переменной. Найти точки разрыва функции, если они существуют, и построить ее график. $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{при } x < -1, \\ 2 - 2x & \text{при } -1 \leq x < 1, \\ \ln x & \text{при } 1 \leq x. \end{cases}$
36		Задана функция $y=f(x)$ и два значения аргумента. Установить: является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных аргументов; в случае разрыва функции найти ее пределы при приближении к точке разрыва справа и слева и определить тип точки разрыва. $f(x) = 10^{\frac{1}{x-3}}, \quad x_1 = 3,5; \quad x_2 = 3$
37		Найти предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n^6 - 6n^4 + 1} - n^2$
38		Вычислить предел числовой последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right).$
39		Вычислить предел числовой последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+4)! - (n+2)!}{(n+3)!}.$
40		Составить уравнение нормали к данной кривой в точке с абсциссой x_0. $y = (4x - x^2)/4, \quad x_0 = 2$.
41		Найти дифференциал dy $y = x \arcsin(1/x) + \ln x + \sqrt{x^2 - 1} , \quad x > 0.$
42		Найти производную

		$y = x - \ln(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}).$
43		Найти производную $y = (\arctg x)^{(1/2)\ln(\arctg x)}.$
44		Найти производную y'_x $\begin{cases} x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3}, \\ y = \sin\left(\frac{t^3}{3} + t\right). \end{cases}$
45		Вычислить неопределенный интеграл $\int \arctg \sqrt{4x - 1} dx.$
46		Вычислить определенный интеграл $\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx.$
47		Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x^3 + 1}{x^2 - x} dx.$
48		Вычислить определенный интеграл $\int_{\pi/2}^{2\arctg 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 - \cos x)}.$
49		Найти частные производные первого порядка u'_x, u'_y : $u = \ln(\sqrt{xy} - 1).$
50		Найти все частные производные 1-го порядка: $z = y \cos(x^3 - y^3).$
51		Вычислить пределы. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 6}{x + 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin 2x}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x-1}\right)^x$.
52		Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$.
53		Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$.
54		Найти неопределённые интегралы: а) $\int x e^{-x^2} dx$, б) $\int x \arctg x dx$, в) $\int \frac{x + 3}{x^2 - 8x + 25} dx$

55		Вычислить несобственный интеграл $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$ или установить его расходимость.
----	--	---

2 семестр

№ п/п	Тип вопроса	Вопрос
1	Теоретический	Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение и свойства двойного интеграла. Вычисление двойных интегралов в прямоугольной системе координат.
2		Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение и свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат.
3		Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение и свойства двойного интеграла. Применение двойных интегралов.
4		Понятие тройных интегралов. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. Вычисление тройных интегралов в полярно-цилиндрической и полярно-сферической системах координат.
5		Понятие тройных интегралов. Вычисление тройных интегралов в прямоугольной системе координат.
6		Понятие тройных интегралов. Применение тройных интегралов.
7		Дифференциальные уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно производной. Задачи Коши.
8		Дифференциальные уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной. Задачи Коши.
9		Формулировка теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши.
10		Численные методы решения задачи Коши для дифференциального уравнения (метод Эйлера, метод Рунге-Кутты).
11		Дифференциальные уравнения высших порядков. Типы дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка.
12		Линейные дифференциальные уравнения высшего порядка.
13		Линейные уравнения с постоянными коэффициентами и методы их интегрирования.
14		Системы дифференциальных уравнений.
15		Линейные системы дифференциальных уравнений. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и методы их интегрирования.
16		Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами.
17		Ряды с неотрицательными членами. Признаки сходимости.
18		Знакопеременные ряды, ряды с комплексными членами. Абсолютная и условная сходимости. Признак Лейбница. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

19		Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.
20		Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы ряда, почленное дифференцирование и интегрирование.
21		Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Приложение рядов.
22		Ортогональные системы функций. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Тригонометрический ряд Фурье.
23		Разложение в тригонометрические ряды. Ряд Фурье для четных и нечетных функций.
24		Тригонометрический ряд Фурье в комплексной форме. Определение интеграла Фурье. Представление функций интегралом.
25		Интеграл Фурье для четных и нечетных функций. Интеграл Фурье в комплексной форме. Преобразование Фурье.
26	Теоретико-практический	Найти общий интеграл дифференциального уравнения. $y' = \frac{x + 2y - 3}{2x - 2}.$
27		Найти решение задачи Коши. $y' - y/x = x^2, \quad y(1) = 0.$
28		Решить задачу Коши. $y^2 dx + (x + e^{2/y}) dy = 0, \quad y _{x=e} = 2.$
29		Найти решение задачи Коши. $y' + xy = (1 + x)e^{-x} y^2, \quad y(0) = 1.$
30		Найти общий интеграл дифференциального уравнения. $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0.$
31		Исследовать на сходимость ряд. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}.$
32		.Исследовать на сходимость ряд. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{5^{n-1} + n - 1}.$
33		Исследовать на сходимость ряд. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}.$
34		Исследовать на сходимость ряд. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}.$

35		Исследовать на сходимость ряд. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$
36		Найти область сходимости функционального ряда. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^{-1/5}}.$
37		Изменить порядок интегрирования. $\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f \, dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f \, dx.$
38		Вычислить. $\iint_D (12x^2 y^2 + 16x^3 y^3) dx dy;$ $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}.$
39		Вычислить. $\iint_D y \cos xy \, dx dy;$ $D: y=\pi/2, y=\pi, x=1, x=2.$
40		Вычислить. $\iiint_V 2y^2 e^{xy} \, dx \, dy \, dz;$ $V \begin{cases} x=0, y=1, y=x, \\ z=0, z=1. \end{cases}$
41		Вычислить. $\iiint_V (x^2 + 3y^2) \, dx \, dy \, dz;$ $V: z=10x, x+y=1, \\ x=0, y=0, z=0.$
42		Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши: 1) $\frac{dx}{x(y-1)} + \frac{dy}{y(x+2)} = 0, y(1)=1;$
43		Проинтегрировать следующее уравнение $\sin x \sin y dx + \cos x \cos y dy = 0$
44		Проинтегрировать следующее уравнение $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$
45		Проинтегрировать следующие уравнения и, где указано, решить задачу Коши:

		$y' = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2, \quad y(1) = 2$
46		Проинтегрировать следующее уравнение $(xy' - y)\arctg \frac{y}{x} = x$
47		Проинтегрировать следующее уравнение $y' = 1 + y$
48		Проинтегрировать следующее уравнение $xy' = y \left(\ln \frac{y}{x} - 3 \right)$
49		Найти корни характеристического уравнения: $y^{(6)} + 8y^{(4)} + 16y'' = 0$
50		Найти корни характеристического уравнения: $y^{(5)} - y^{(4)} + y''' - y'' + y' - y = 0$

Критерии оценивания

Суммарно оцениваются ответы на вопросы. Ответы должны быть развернутыми, полными. Каждый правильный ответ на вопрос оценивается до 15 баллов в зависимости от полноты ответа.

Оценивается полнота раскрытия материала; логичность изложения материала; умение иллюстрировать конкретными примерами; знание формул, терминологии, обозначений; использование профессиональной терминологии; демонстрация усвоенного ранее материала; самостоятельность в изложении материала.

Пример балльной системы оценивания:

Критерии оценивания	Количество баллов
– полно раскрыто содержание материала; – материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности; – продемонстрировано системное и глубокое знание материала; – точно используется терминология; – показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации; – продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов; – ответ дан самостоятельно, без наводящих вопросов; – продемонстрирована способность творчески применять знание теории	10-15

к решению профессиональных задач;– допущены одна-две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые исправляются по замечанию;	
– вопросы излагаются систематизировано и последовательно; – продемонстрировано умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер; – продемонстрировано усвоение основной литературы; – ответ удовлетворяет в основном требованию на максимальную оценку, но при этом имеет один из недостатков: в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие содержание ответа; допущены один-два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя; – допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя;	7-9
– неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; – усвоены основные категории по рассматриваемому и дополнительным вопросам; – имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после нескольких наводящих ответов; – неполное знание теоретического материала, обучающийся не может применить теорию в новой ситуации; – продемонстрировано усвоение основной литературы;	4-6
– не раскрыто основное содержание учебного материала либо отказ от ответа; – обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; – допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, некоторые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.	1-3
-ответ не получен.	0

Пример балльной системы оценивания вопросов:

Задание	Критерии оценивания	Количество баллов
Теоретический вопрос	– полно раскрыто содержание материала; – материал изложен грамотно, в определенной логической последовательности; – продемонстрировано системное и глубокое знание материала; – точно используется терминология; – показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации; – продемонстрировано усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов; – допущены одна-две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые исправляются по замечанию;	0-15
Теоретико-практический вопрос	– ответ получен самостоятельно, без наводящих вопросов; – продемонстрирована способность творчески применять знание теории к решению математических задач; - все расчеты носят аргументированный и доказательный характер	0-15

Прикладные задачи.

Математический анализ изучает переменные величины и функции, имеющие многочисленные применения. Понятие функции, наряду с понятием числа и переменной величины, является одним из важнейших в современной математике. В естествознании и технике мы часто встречаемся с зависимостями одних величин от других, с так называемыми функциональными зависимостями или функциями.

Задача 1.

Башня водонапорной вышки имеет следующую форму (рис.1): на прямой круговой усеченный конус с радиусами $2R$ (нижнего) и R (верхнего) и высотой R поставлен цилиндр радиусом R и высотой $2R$; на цилиндре – полусфера радиусом R . Выразить площадь S поперечного сечения башни как функцию расстояния x сечения от нижнего основания конуса.

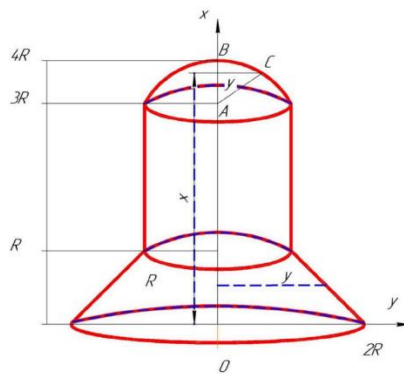


Рис.1.

Решение.

Поперечное сечение башни на любой высоте есть круг. Следовательно, площадь S поперечного сечения $S(x) = \pi r^2$. При изменении x от 0 до R имеем $S(x) = \pi(2R - x)^2$ (значение $r = y$ находим из уравнения прямой $x + y = 2R$); при $R \leq x \leq 3R$ $S(x) = \pi r^2$, при $3R \leq x \leq 4R$ $S(x) = \pi(R^2 - (x - 3R)^2) = \pi(6Rx - x^2 - 8R^2)$.

Значение $r = y$ в последнем равенстве получаем из треугольника ABC $BC^2 = AC^2 - AB^2$, где $BC = r = y$; $AC = R$; $AB = x - 3R$. Итак, область существования функции $S(x)$:

- 1) для усеченного конуса $0 \leq x \leq R$,
- 2) цилиндра $R \leq x \leq 2R$,
- 3) сферы $3R \leq x \leq 4R$.

Задача 2.

Перевозка груза из Омска в Муромцево, находящееся на расстоянии 100 км, стоит 200 \$. Установить зависимость стоимости перевозки y от расстояния x , если стоимость есть линейная функция расстояния (качество дорог при этом не учитывается).

Решение.

Зависимость стоимости перевозки y от расстояния x по условию задачи выражается линейной функцией вида $y = ax + b$. Для нахождения неизвестных параметров a и b воспользуемся условиями $y = 200$ при $x = 100$; $y = 350$ при $x = 400$ и решим систему уравнений. Получим, что искомая зависимость

$$y = 0,5x + 150.$$

Задача 3. Рабочая область манипулятора имеет форму дуги, представленной на рис. 2, где BD – стрела манипулятора, B_1D_1 – схват манипулятора. Отношение стрелы $f = BD$ дуги ABC окружности к стреле $f_1 = B_1D_1$ половины AB_1B этой дуги определяется выражением $\frac{f}{f_1} = \frac{1 - \cos \varphi}{1 - \cos \frac{\varphi}{2}}$, где φ – половина центрального угла, стягиваемого дугой

ABC . Найти предел этого отношения при φ .

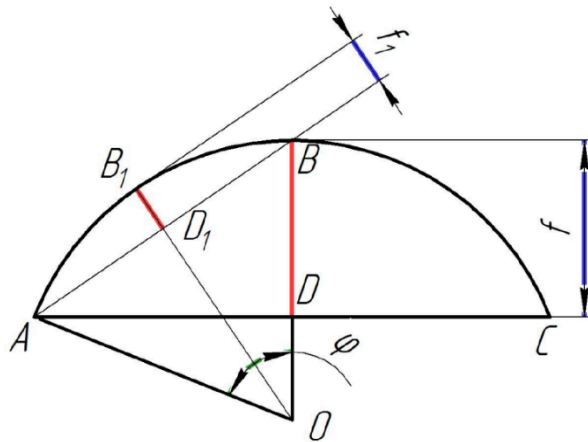


Рис. 2.

Решение.

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{f}{f_1} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \varphi}{1 - \cos \frac{\varphi}{2}} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}{\sin^2 \frac{\varphi}{4}} = \left| \frac{\sin \frac{\varphi}{2} \square \frac{\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{4} \square \frac{\varphi}{4}} \right| = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}{\sin^2 \frac{\varphi}{4}} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\frac{\varphi^2}{4}}{\frac{\varphi^2}{16}} = 4.$$

Для дуг, соответствующих небольшому центральному углу, приближенно можно считать, что стрела полудуги вчетверо меньше стрелы дуги. Этот результат используется при разбивке дуг окружности на местности.

Понятие производной возникло как результат многовековых усилий, направленных на решение таких задач, как вычисление скорости неравномерного движения, установление уравнения касательной к кривой, а также целого ряда других задач физики и механики, связанных с изучением скорости протекания различных процессов.

Задача 4.

В резервуар для замешивания бетона, имеющий форму прямого кругового конуса, опущенного вершиной вниз, поступает вода с постоянной скоростью a ($\text{м}^3/\text{с}$). С какой скоростью повышается уровень h воды в резервуаре, если его высота H (м)?

Решение.

Рассмотрим осевое сечение резервуара, в системе координат xOy (рис. 3).

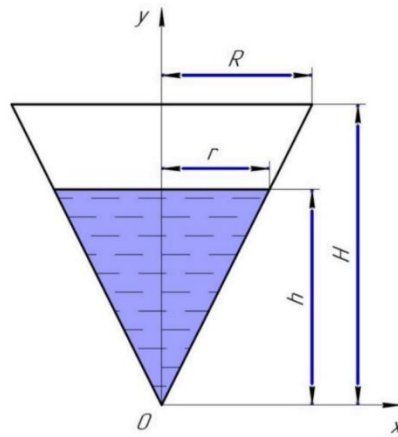


Рис. 3.

Легко видеть, что $\frac{x}{h} = \frac{R}{H}$, откуда $x = \frac{R}{H} \cdot h$. В момент времени t объем воды в резервуаре равен с одной стороны at , а с другой стороны $\frac{1}{3} \pi x^2 h = \frac{\pi R^2}{3 H^2} \cdot h^3$.

Приравняв эти величины, получим равенство $at = \frac{\pi R^2}{3 H^2} \cdot h^3$, из которого $h = A \sqrt[3]{t}$, где

$$A = \sqrt[3]{\frac{3aH^2}{\pi R^2}}.$$

Скорость повышения уровня h воды в резервуаре равна производной h по t :

$$v = \frac{dh}{dt} = \frac{A}{3\sqrt[3]{t^2}}.$$

Лист согласования

Наименование подразделения	Согласующий	ФИО	Дата	Виза
ЧФ КНИТУ-КАИ	заведующий кафедрой	Киямова Гульназ Ильдусовна за Мухаметзянов Ильшат Ринатович		Согласовано
Кафедра компьютерных и телекоммуникационных систем	руководитель ОП ВО	Киямова Гульназ Ильдусовна за Классен Виктор Иванович		Согласовано
Учебнометодическая комиссия ЧФ КНИТУ-КАИ	председатель УМК ЧФ КНИТУ-КАИ	Киямова Гульназ Ильдусовна за Прохоров Сергей Григорьевич		Согласовано

Лист согласования

Наименование подразделения	Согласующий	ФИО	Дата	Виза
ЧФ КНИТУ-КАИ	заведующий кафедрой	Киямова Гульназ Ильдусовна за Мухаметзянов Ильшат Ринатович	28.03.2026 09:05:10	Согласовано
Кафедра компьютерных и телекоммуникационных систем	руководитель ОП ВО	Киямова Гульназ Ильдусовна за Классен Виктор Иванович	28.03.2026 09:05:47	Согласовано
Учебно-методическая комиссия ЧФ КНИТУ-КАИ	председатель УМК ЧФ КНИТУ-КАИ	Киямова Гульназ Ильдусовна за Прохоров Сергей Григорьевич	28.03.2026 09:06:22	Согласовано